

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

دورة: 2020

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(1) قانون احتمال المتغير العشوائي X معرّف بالجدول المقابل :

x_i	-2	0	1	3
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X هو:

(أ) $-\frac{1}{20}$ (ب) $-\frac{1}{10}$ (ج) $-\frac{3}{20}$

(2) المتتالية العددية (w_n) معرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = 4 \times 5^n - 2n + 1$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$

S_n يساوي: (أ) $5^{n+1} - (n+1)^2$ (ب) $5^{n+1} - n^2$ (ج) $5^n - n^2$

(3) نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $-2e^{2x} + 5e^x - 2 \geq 0$

مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي:

(أ) $[-\ln 2; \ln 2]$ (ب) $[-1; -\ln 2]$ (ج) $[\ln 2; +\infty[$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U على 4 كريّات حمراء و 6 سوداء، ويحتوي وعاء V على 5 كريّات حمراء و 3 سوداء وكل الكريّات متماثلة ولا نفرّق بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا كريّتين في آن واحد من أحد الوعاءين بالكيفية التالية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 6 ، إذا حصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريّتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريّتين من V .

نسَمّي الحدث: " الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 " .

نسَمّي M الحدث: " الحصول على كريّتين من نفس اللون ".

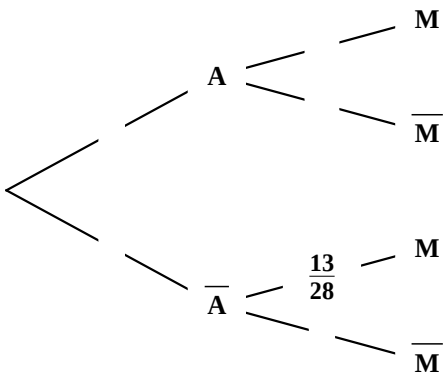
(1) تحقق أنّ $P(\bar{A})$ احتمال السّحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

(2) علماً أنّ الكريّتين المسحوبتين من U ، بيّن أنّ احتمال أن تكونا

من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$.

(3) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $P(M)$.

(4) احسب $P_M(A)$ احتمال السّحب من الوعاء U علماً أنّ الكريّتين المسحوبتين مختلفتا اللون؟





التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ : $u_0 = \alpha$ (α عدد حقيقي)، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 1$.
(1) نفرض أن $\alpha = -4$.

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -4$.

(2) نفرض أن $\alpha \neq -4$.

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n + 4$.

أ. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة.

ج. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

احسب S_n بدلالة n و α ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$.

$(\mathcal{C}_f)$ التمثيل البياني لـ f في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

ب. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

ج. ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(2) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$.

أ. بين أن g متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$.

ب. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$.

(3) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) بين أن التمثيل البياني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ويطلب تعيين معادلة له.

(5) أنشئ (T) ، (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

(6) الدالة العددية h معرفة على $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$ بـ : $h(x) = -|x| + 1 + \frac{\ln|x|}{x^2}$.

أ. بين أن h دالة زوجية.

ب. اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقاً من (C_f) . (لا يُطلب إنشاء (C_h)).



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

- (1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالشكل: $f(x) = -x + \ln x$.
على المجال $]0; +\infty[$ ، الدالة f :

(أ) متزايدة تماما (ب) متناقصة تماما (ج) غير رتيبة

- (2) يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور، يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء .
احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو:

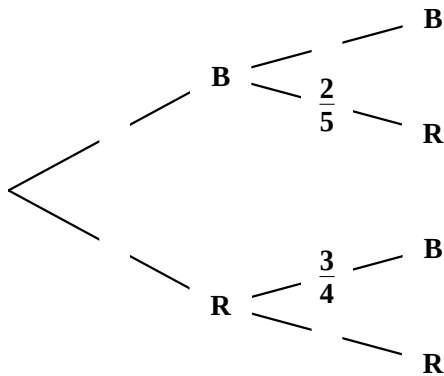
(أ) $\frac{6}{7}$ (ب) $\frac{4}{7}$ (ج) $\frac{1}{7}$

- (3) لتكن (u_n) متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول u_0 ، حيث: $u_0 = e^{-\frac{1}{2}}$. (أساس اللوغاريتم النيبيري)
من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = \ln(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)$
 S_n يساوي:

(أ) $\frac{n^2 - 1}{2}$ (ب) $\frac{n^2 + 1}{2}$ (ج) $\frac{n^2}{2}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميَّز بينها عند اللمس، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس وإذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .
(1) أ. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.



B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى الحصول على كرية حمراء .

ب. احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة الثانية حمراء .

- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

أ. عَيِّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

ب. بيِّن أن: $P(X = 1) = \frac{27}{50}$ ، ثم عَرِّف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ج. احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$

- (1) احسب كلا من u_1 و u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = u_n - n + 1$.
أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3، يُطلب حساب حدّها الأول.
ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
ج. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + n^2 - n - 3)$.
ب. احسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

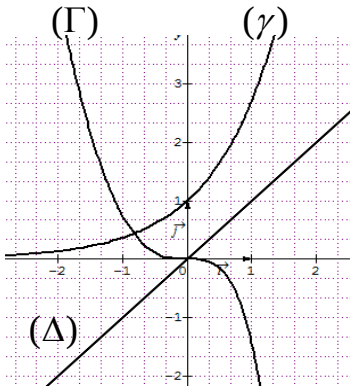
التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = 2x^2 + 2x - 2xe^x$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة: $x \mapsto e^x$.

بقراءة بيانية:



- (1) برّر أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x - x > 0$
- (2) حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ علما أن $g(0) = 0$.
- (II) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$
- ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.
- (1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسّر نتيجتي النهايتين هندسيا.

$$(2) \text{ أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ يكون: } f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ. اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

$$\text{ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ يكون: } f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$$

ج. استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f) ؟

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أن: $-0.6 < \alpha < -0.5$.

(5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f) .