

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 كرات منها: كرتان حمراوان وثلاث كرات خضراء، ويحتوي صندوق U_2 على 5 كرات منها: ثلاث كرات حمراء وكرتين خضراوان (جميع الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس).

نسحب عشوائيا 3 كرات بالكيفية التالية: نقوم بسحب كرة واحدة من U_1 ونسجل لونها.

- إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نعيدها إلى U_1 ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد.

- وإذا كانت الكرة المسحوبة خضراء نضعها في U_2 ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد.

نعتبر الحوادث R : « الحصول على كرة حمراء » ، V : « الحصول على كرة خضراء »

A : « الحصول على 3 كرات من نفس اللون » ، B : « الحصول على كرة خضراء على الأقل »

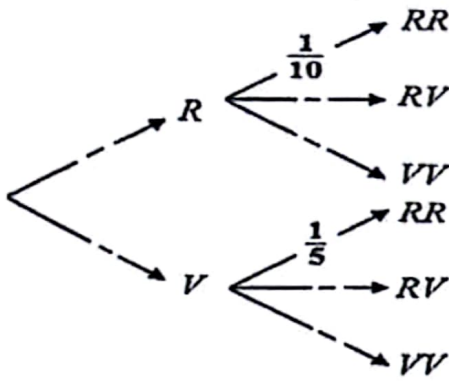
(1) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) احسب احتمالي الحادثتين A و B

(3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات

بالكيفية السابقة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.



التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) f الدالة المعرفة على $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{3}{x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ كما في الشكل أدناه.

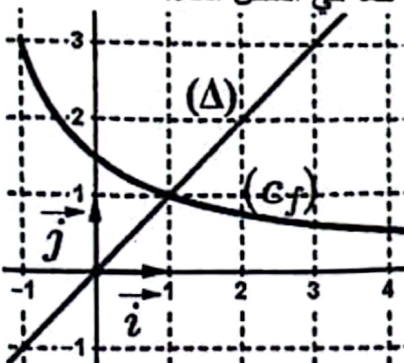
(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ:

$$u_{n+1} = f(u_n) , \quad u_0 = -1$$

(أ) انقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل

الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.



$$(2) (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = \frac{1-u_n}{3+u_n}$$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

(ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة n كلًا من S_n و T_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \ln|v_0| + \ln|v_1| + \dots + \ln|v_n|$ و التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+2)(z^2+2\sqrt{3}z+4)=0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي

لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 2i$ ، $z_B = -\sqrt{3}+i$ و $z_C = \bar{z}_B$

(أ) اكتب كلًا من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

(ب) استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ج) حدّد طبيعة المثلث ABC ثم عيّن لاحقة مركز ثقله.

(3) z عدد مركب حيث: $z = (\cos\theta + i\sin\theta)z_A$ و θ عدد حقيقي مع $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

- عيّن قيمة θ بحيث يكون $\frac{5\pi}{6}$ عمدة للعدد z

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلين فقط α و β ثم تحقّق أن: $-2,2 < \alpha < -2,1$ و $0,8 < \beta < 0,9$

(5) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثيها.

(6) (أ) ارسم كلًا من (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $e^{2x} - e^x - m - 2 = 0$

(7) احسب بالسنتيمتر المربع $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x=0 \text{ و } x=-1, y=-x-2$$

(1) انشر $(1+i)^2$ ثم حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2 = 8i$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ و A, B, C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A, z_B, z_C حيث: $z_A = 2 + 2i$ ، $z_B = -z_A$ ، و $z_C = \bar{z}_B$

(أ) اكتب كلاً من z_A, z_B, z_C على الشكل المثلثي.

(ب) استنتج أنّ النقط A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(3) تحقّق أنّ: $z_A - z_C = i(z_B - z_C)$ ثم حدّد طبيعة المثلث ABC

(4) عيّن z_D, z_E لاحقتي النقطتين D, E على الترتيب حتى تكون النقطة C مركز المربع $ABDE$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: 3 كرات خضراء وكرتان حمراوان وكرّة بيضاء واحدة. نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 كرتين في آن واحد ونعتبر الحادثتين:

E : « الحصول على كرتة حمراء واحدة فقط » ، F : « الحصول على كرتين من نفس اللون ».

(1) احسب $P(E)$ احتمال الحادثة E

(2) بين أن $P(F)$ احتمال الحادثة F يساوي $\frac{4}{15}$ ثم استنتج احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين.

(II) يحتوي صندوق آخر U_2 على 6 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: 4 كرات خضراء وكرتين حمراوان. نرسم بـ B, R, V إلى خضراء، حمراء، بيضاء على الترتيب، ونسحب عشوائياً من U_2 كرة واحدة ونسجل لونها. - إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء، نسحب كرة أخرى من U_2 دون إرجاع الكرة الأولى.

(1) انقل وإملاً شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) أ) ما احتمال الحصول على كرتة حمراء في السحب الثاني؟

(ب) يبين أن احتمال الحصول على كرتة خضراء في السحب الأول

علمنا أنَّ الكرية الثانية المسحوبة حمراء يساوي $\frac{12}{17}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{5x}{2x+1}$

(2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) احسب الحثين u_1 و u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $2 < u_n \leq 3$

(ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3^n \left(1 - \frac{2}{u_n} \right)$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

(ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + 5v_1 + 5^2v_2 + \dots + 5^n v_n$

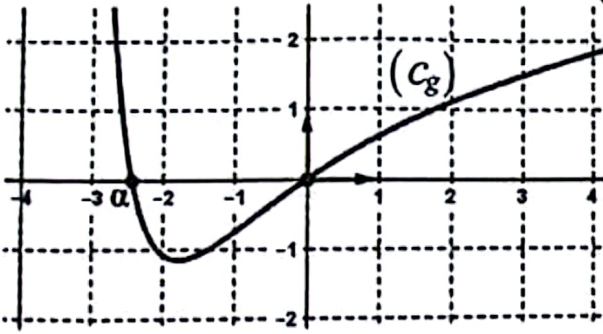
(ج) اكتب عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) (أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{6}{u_n} = 3 - \frac{1}{5^n}$

(ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع T_n حيث: $T_n = \frac{6}{u_0} + \frac{6}{u_1} + \dots + \frac{6}{u_n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $]-4; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x^2 + (x^2 + 8x) \ln(x+4)}{(x+4)^2}$



تمثيلها البياني (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و 0 كما في الشكل المقابل.

(1) بقراءة بيانية، حدد إشارة $g(x)$ على $]-4; +\infty[$

(2) تحقق أن: $-2,5 < \alpha < -2,4$

(II) f الدالة المعرفة على $]-4; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 \ln(x+4)}{x+4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$ وبين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-4; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) عين فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(ب) احسب $f(2)$ ، $f(4)$ ثم ارسم (C_f) (ناخذ: $f(\alpha) \simeq 1,7$)

(4) عين قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m حتى يكون للمعادلة: $f(x) = \ln m$ ثلاثة حلول مختلفة.

(5) h الدالة المعرفة على $]-4; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{(x^2 + 1) \ln(x+4)}{x+4}$ ، (C_h) تمثيلها البياني.

(أ) بين أنه: من أجل كل x من $[-3; 0]$ ، $h(x) - f(x) \geq 0$

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_h) ، (C_f) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = -3$ و $x = 0$