



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كرة متماثلة لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي: كرتان بيضاوان مرقمتان بـ: 1 ، 3

وأربع كرات حمراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 وخمس كرات خضراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 ، 4

I (نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس ونعتبر الحوادث الآتية:

A : " الحصول على 3 كرات من نفس اللون " ، B : " الحصول على 3 كرات جُداء أرقامها عدد فردي "

C : " الحصول على 3 كرات جُداء أرقامها عدد زوجي "

(1) أ) احسب $P(A)$ احتمال الحادثة A و بين أن: $P(B) = \frac{56}{165}$ ثم استنتج $P(C)$

ب) احسب الاحتمال الشرطي $P_A(B)$

(2) المتغير العشوائي الذي يرقى بكن عملية سحب لثلاث كرات، عدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا.

أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحادثة $(X > 1)$

II (نسحب الآن من الكيس عشوائيا 3 كرات على التوالي وبدون إرجاع.

- احسب احتمال الحادثة D : " الحصول على 3 كرات جُداء أرقامها معنوم "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(z - 1 + 2\sqrt{3})[z^2 - 2(1 - \sqrt{3})z + 5 - 2\sqrt{3}] = 0$$

II في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C

التي لاحتقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 1 - \sqrt{3} + i$ ، $z_B = 1 - 2\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_A}$

(1) اكتب كلاً من $z_A - 1$ ، $z_C - 1$ و z_B على الشكل المثلثي.

(2) جد لاحقة النقطة D مرجح الجملة المقلبة $\{(A; 1), (B; -1), (C; 1)\}$

(3) بين أن الرباعي ABCD معين.



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: علوم تجريبية // بكالوريا 2024

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4 - u_n}{2 + u_n}$ ،

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 2$

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 4}$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\frac{2}{3}$ ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

(ب) بَيِّنْ أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{5}{1 - v_n} - 4$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع:

$$T_n = \frac{1}{4 + u_n} + \frac{1}{4 + u_{n+1}} + \dots + \frac{1}{4 + u_{n+2024}} \quad \text{و} \quad S_n = v_n + v_{n+1} + \dots + v_{n+2024}$$

- احسب S_n بدلالة n ثم استنتج T_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x e^{-x+1} - 2$

- احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(1)$	-2

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -2x + 3 - x e^{-x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$).

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) بَيِّنْ أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -2x + 3$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(2) (أ) بَيِّنْ أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x) - e^{-x+1}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بَيِّنْ أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) أ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) عَيِّنْ بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -2x + m$ حلين مختلفين.

(5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بَيِّنْ أن: $\int_0^1 x e^{-x+1} dx = e - 2$

(ب) استنتج بالسنتيمتر المربع $\frac{1}{2}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين

معادلاتهما: $x = 0$ و $x = 1$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 5 قطع كهربائية غير متمايزة ولا نفرق بينها باللمس، منها 3 قطع سليمة وقطعتان غير سليمتين. نرسم إلى القطعة السليمة بالرمز S وإلى القطعة غير السليمة بالرمز $\bar{S}$.
نسحب عشوائيا من الكيس 3 قطع على التوالي مع الإرجاع، ونعتبر الحوادث:
 A : "القطعة الأولى المسحوبة سليمة"، B : "سحب قطعة واحدة فقط سليمة"،
 C : "القطعة الثالثة المسحوبة سليمة".

(1) شغل شجرة الاحتمالات التي تُتمذج هذه التجربة.

(2) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B ثم بين أن: $P(C) = \frac{3}{5}$

(3) احسب الاحتمال الشرطي $P_C(A)$ ، هل الحادثتان A و C مستقلتان؟

(4) نرّفق بكل قطعة سليمة العدد 10 وبكل قطعة غير سليمة العدد -10، ونعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب من الكيس لثلاث قطع مجموع الأعداد المرفقة بها.

(أ) بذر أن قيم المتغير العشوائي X هي: -30، -10، 10، 30

(ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة مما يلي:

(1) z عدد مركب مرافقه $\bar{z}$ ، مرافق العدد المركب $z+i$ هو:

(أ) $\bar{z}-i$ (ب) $\bar{z}+i$ (ج) $z-i$

(2) العدد المركب $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}$ يساوي: (أ) 1 (ب) i (ج) -1

(3) z عدد مركب حيث $z=2(1+i\sqrt{3})$

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع: $S_n = \ln|z| + \ln|z|^2 + \dots + \ln|z|^n$ ، لدينا:

(أ) $S_n = (n+1)^2 \ln 2$ (ب) $S_n = n(n+1) \ln 2$ (ج) $S_n = 2 \left(\frac{1-(2 \ln 2)^n}{1-2 \ln 2} \right) \ln 2$

(4) z عدد مركب حيث: $z = \sin \frac{\pi}{8} + i \cos \frac{\pi}{8}$ ، الشكل المثلثي للعدد المركب z هو:

(أ) $-\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$ (ب) $\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$ (ج) $\cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $[2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x+1}{2x}$

- شغل جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج أنه من أجل كل x من $[2; +\infty[$ فإن $\frac{1}{2} < f(x) \leq \frac{3}{4}$



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: علوم تجريبية // بكالوريا 2024

(2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، $n \geq 2$: $u_n = \frac{n}{2^n}$

(أ) بين أنه: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإن $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{3}{4}$

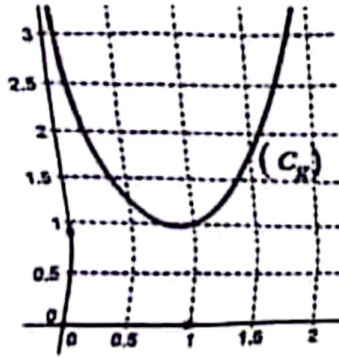
(ب) أثبت أنه: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإن $u_n \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(ج) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$: $S_n = \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_n}{n}$

- بين أن: $S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$ ثم عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = \frac{511}{1024}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} - \ln x$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما في الشكل.



- بقراءة بيانية ، عيّن إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x - \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

والممتاس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) ، (وحدة الطول 2cm).

1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن $f'(x) = \frac{-2g(x)}{x^3}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,71$

(3) (أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -1 ، يطلب تعيين معادلة له.

(5) (أ) ارسم كلاً من (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) m وسيط حقيقي، عيّن بياناً قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة: $\frac{\ln x}{x^2} = m$ حلين مختلفين.

(6) (أ) أثبت أن الدالة $H : x \mapsto \frac{-1 - \ln x}{x}$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على $]0; +\infty[$

(ب) $\mathcal{A}(\alpha)$ المساحة بالسنتيمتر المربع للحيز المستوي المحند بالمنحني (C_f) والمستقيمت

التي معادلاتها: $y = -x$ ، $x = \alpha$ ، $x = 1$

- بين أن: $\mathcal{A}(\alpha) = 4\left(\alpha^2 - \frac{1}{\alpha} + 1\right)$