

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E) \dots z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

- (1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ، ثم اكتب حلولها على الشكل المثلثي.
- (2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقاط A, B, C التي لاحقاتها على

الترتيب: $z_A = 2i$ ، $z_B = \sqrt{3} + i$ ، $z_C = \sqrt{3} - i$ ، نضع: $L = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(أ) اكتب L على الشكل الأسّي.

(ب) أثبت أن: $(z_A - z_B) = L(z_C - z_B)$ ، ثم استنتج أن صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه وتحديد عناصره المميزة.

(ج) استنتج نوع المثلث ABC ثم احسب مساحته S .



التمرين الثاني: (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{a+b \ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان و (C_f)

المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1/ عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2/ g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1+2 \ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في

المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) حل في $]0; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$.

(د) أنشئ (C_g) .

3/ (أ) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{1 + \ln 2x}{2x}$ احسب $h'(x)$.

(ب) تحقق أن: $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$

1/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، ثم استنتج أن: $u_n > 1$

2/ ادرس اتجاه تغير (u_n) ثم بيّن أنها متقاربة، احسب نهاية (u_n) .

3/ ليكن الجداء p_n المعروف كما يلي: $p_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$

4/ (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $v_n = \ln u_n$ حيث $\ln$ دالة اللوغاريتم النيبيري

عبر بدلالة p_n عن S_n حيث: $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ثم احسب نهاية S_n لما n ينتهي إلى $+\infty$

التمرين الرابع: (05 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1/ المعادلة: $21x + 14y = 40$ لا تقبل حولا في مجموعة الأعداد الصحيحة

2/ في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون: $3421 + 1562 = 5413$

3/ باقي القسمة الإقليدية للعدد: $3^{2011} + 3^{2010} + \dots + 3 + 1$ على 7 هو: 6

4/ الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

أ- المستوي (ρ) الذي معادلته $2x + y - z + 1 = 0$ والمسقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2; 1; -1)$

و $\vec{u}(1; -1; 1)$ شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة.

ب- معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (ρ) هي: $x - y + z = 0$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط A, B, C و D حيث:

$$\overrightarrow{AD}(1;5;2), \overrightarrow{BD}(0;7;3), \overrightarrow{CD}(1;-3;7) \text{ و } C(2;8;-4)$$

1/ بين أن النقط A, B, D تعين مستويا.

2/ بين أن المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABD)

3/ المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

أ) بين أن المستقيم (AB) يعامد المستوي (CDI)

ب) عين معادلة للمستوي (CDI) واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ج) استنتج إحداثيات النقطة I

4/ احسب الأطوال AB, CD, DI واستنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(مساحة رباعي الوجوه = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع)



التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

$$L \text{ العدد المركب المعروف كما يلي: } L = \frac{-4\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{5+3i}$$

1/ أ) اكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي.

ب) بين أن: $L^{12} + 1 = 0$ ، ثم احسب: $(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} + (5+3i)^{12}$.

ج) n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي أثبت أن: $L^{4n} + L^{4p} = 0$.

2/ أ) النقطتان A و B لاحتقائهما على الترتيب: $z_A = 5+3i$ و $z_B = 5-3i$ عين اللاحقة z_A للنقطة

A' صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$.

ب) عين z_G للاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABA' .

التمرين الثالث: (07.5 نقطة)

أ) الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f .

2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = f(x) - x$.

أ- ادرس تغيرات الدالة g .

ب- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$.

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = 0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ والمنحنى (C_f) .

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

1- باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 \leq U_n < \alpha$.

3- بيّن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما.

4- استنتج أن (U_n) متقاربة و بيّن أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$.



التمرين الرابع: (04 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

(1) تحقق أن: $4 \equiv -3[7]$ ثم بيّن أن: $A_3 \equiv 6[7]$.

(2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.

(3) بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد

A_{2011} على 7.

(4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟