

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
1		التمرين الأول (04 نقاط)
	0.25	(1) أ- برهان بالتراجع أن: $u_n > \frac{1}{e}$
	0.25x2	• نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$: $\frac{1}{e} < u_0$: $\frac{1}{e} < \frac{5}{4e}$
	0.25	• نفرض من أجل عدد طبيعي n أن: $\frac{1}{e} < u_n$ و f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ إذن : $f\left(\frac{1}{e}\right) < f(u_n)$ و منه $\frac{1}{e} < u_{n+1}$. ب- تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(\frac{1}{e} - u_n)}{eu_{n+1} + 1}$ - ومنه و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{e}$ فهي متقاربة .
01	0.5	(2) اثبات أن (v_n) هندسية : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \frac{2eu_n}{eu_n - 1}$
	0.25x2	$v_n = 5 \times 2^n$ و $v_0 = 5$ و $q = 2$ أساسا (v_n) متتالية هندسية أساسا $v_{n+1} = 2v_n$
01.25	0.25x2	(3) أ- التحقق أن $v_n = 1 + \frac{1}{eu_n - 1}$ ، استنتاج u_n : $u_n = \frac{5 \times 2^n}{e(5 \times 2^n - 1)}$
	0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{e}$
	0.5	ب- S_n مجموع متتالية هندسية : $S_n = 5 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 5[2^{n+1} - 1]$
0.75	0.5	(4) أ) بواقي قسمة 2^n على 7 هي $\{1; 2; 4\}$: $2^{3k} \equiv 1[7]$ $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ($k \in \mathbb{N}$) $2^{3k+2} \equiv 4[7]$
	0.25	ب) $S_n \equiv 0[7]$ و منه $10 \times 2^n \equiv 5[7]$ و منه $2^n \equiv 4[7]$ و إذن $n = 3k + 2$

01	0.5×2	التمرين الثاني : (04 نقاط) (1) معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : $(Q): 2x+2y-z+2=0$
01	0.5×2	(2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع توجيه لـ (Δ) $(\Delta): \begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=-t+2 \end{cases} / t \in \mathbb{R}$
01.25	0.25×2 0.5 0.25	(3) أ) التحقق أن $2x-y+2z+5=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p) ب) (p) يشمل B $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي لـ (p) ، $\vec{n}.\vec{n}=0$ ومنه $(p) \perp (Q)$
0.75	0.25 0.25 0.25	(4) أ) تعيين قيم t : $t =1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر r : $r=d(C;(p))=d(C;(Q))=3$ (تقبل إجابات أخرى)
01.5	0.5×3	التمرين الثالث : (06 نقاط) I (حل المعادلة : $\Delta=-8$ ، $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ، $z_2=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$)
1.25	0.5×2 0.25	II (1) الكتابة على الشكل الأسّي: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ - لدينا : $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2018}=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$
1.25	0.25 0.5×2	(2) $z_C-z_\Omega=-3(z_B-z_\Omega)$ نجد $z_C=-\sqrt{2}+3i\sqrt{2}$
1.5	0.5×3	(3) $z_D-z_O=-i(z_B-z_O)$ نجد $z_D=-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$
0.5	0.25 0.25	(4) أ) تبيان أن $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=-i$ - استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E-z_C=z_D-z_A$ نجد $z_E=-3\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

التمرين الرابع: (06 نقاط)		
$f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$ دالة معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$		
01.25	0.5×2 0.25	(1) نهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ $x=1$: معادلة مقارب عمودي
1	0.25 0.25 0.5	(2) بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$ من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f'(x) < 0$: دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty; 1[$ جدول التغيرات.
01	0.5 0.25 0.25	(3) أ- معادلة المماس (T) عند $0 : y = -x$ ب- اتجاه تغير الدالة h : بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $h'(x) = -e^{-x} + 1$ من أجل $x \in]-\infty; 0[$: $h'(x) \leq 0$ ، h متناقصة تماما على مجال $]-\infty; 0[$ من أجل $x \in [0; 1[$: $h'(x) \geq 0$ ، h متزايدة تماما على مجال $[0; 1[$ $h(0) = 0$ قيمة حدية صغرى للدالة h على المجال $]-\infty; 1[$ منه : $h(x) \geq 0$
0.75	0.25 0.25 0.25	(4) بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ - الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمماس (T) : من أجل $x \in]-\infty; 0[$: المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقع فوق المماس (T) من أجل $x \in [0; 1[$: المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقع تحت المماس (T) من أجل $x = 0$ المماس (T) يخترق المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ تفسير الهندسي : مبدأ المعلم O نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
0.75	0.25 0.5	(5) معادلة المستقيم $(\Delta) : y = -\frac{e^2}{3}x$ وإنشاء المماس (T) ، (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.
0.5	0.5	(6) أ- إثبات أنه من أجل $x \in [-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $f(x) - \frac{x}{x-1} = \frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$: لدينا $e^{-x} - 1 \geq 0$ و $\frac{x}{x-1} \geq 0$ إذن $f(x) \geq \frac{x}{x-1}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $f(x) - e^{-x} = \frac{e^{-x}}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$: لدينا $e^{-x} > 0$ و $x-1 < 0$ إذن $f(x) < e^{-x}$

0.5	0.25 0.25	ب- تحقق أن : $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$. فإن : $\int_{-1}^0 \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) dx \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < \int_{-1}^0 e^{-x} dx$ $\left[x + \ln(1-x)\right]_{-1}^0 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < \left[-e^{-x}\right]_{-1}^0$ منه $1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$
0.25	0.25	(7) المعادلة : $f(x) = mx$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx$ إذا كان $m \in \left]-\infty; -\frac{e^2}{3}\right[$ فإن للمعادلة حلين متميزين . إذا كان $m \in \left[-\frac{e^2}{3}; -1\right[$ فإن للمعادلة ثلاث حلول متميزة . إذا كان $m \in [-1; +\infty[$ فإن للمعادلة حلا وحيدا

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموع	مجزأة													
0.75	0.25×3	التمرين الأول: (03 نقاط) (1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1} = \frac{v_{n+1}}{u_{n+1}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3} \left(\frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2} \right)$ أي $w_{n+1} = \frac{5}{3} w_n$ و منه (w_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{3}$ و حدّها الأول $w_0 = \frac{5}{2}$.												
	0.25	(2) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_n = \frac{5}{2} \left(\frac{5}{3} \right)^n$. استنتاج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n = 5^{n+1} - 3^n$ ،												
0.5														
01	01	(3) $3^2 \equiv 1[8]$ ، $3^1 \equiv 3[8]$ ، $3^0 \equiv 1[8]$ ، إذن: من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $3^{2k+1} \equiv 3[8]$ و $3^{2k} \equiv 1[8]$ ، $5^2 \equiv 1[8]$ ، $5^1 \equiv 5[8]$ ، $5^0 \equiv 1[8]$ ، إذن : من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $5^{2k+1} \equiv 5[8]$ و $5^{2k} \equiv 1[8]$ ، $k \in \mathbb{N}$ ، $v_{2k+1} \equiv 6[8]$ و $v_{2k} \equiv 4[8]$ ، $k \in \mathbb{N}$.												
0.5	0.5	(4) من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $v_{2k+1} \equiv 6[8]$ و $v_{2k} \equiv 4[8]$ ، $k \in \mathbb{N}$.												
01.5	0.5×3	التمرين الثاني: (05 نقاط) I. (1) A : " سحب كرتين مختلفتين اللون " . $p(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$.												
01.5	0.5×3	(2) B : " سحب كرتين من نفس اللون " . $p(B) = 1 - p(A) = \frac{3}{7}$.												
01.5	1	(II) (1) تبرير قيم المتغير العشوائي X – قانون الاحتمال للمتغير العشوائي <table><tr><td></td><td>$\{B, B\}$</td><td>$\{B, N\}$</td><td>$\{N, N\}$</td></tr><tr><td>x_i</td><td>$100 - \alpha$</td><td>$50 - \alpha$</td><td>$-\alpha$</td></tr><tr><td>$p(X = x_i)$</td><td>$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$</td><td>$\frac{12}{21}$</td><td>$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$</td></tr></table>		$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$	x_i	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$	$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$
	$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$											
x_i	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$											
$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$											
0.5	0.25	(2) تبيان أنّ : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$. – حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X) > 0$ أي: $-\alpha + \frac{300}{7} > 0$ و منه $\alpha < 42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ α هي 42DA												
	0.25													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1.5	1	التمرين الثالث: (04 نقاط) (I) أ) $z_2 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ و $z_1 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$ ؛ $\Delta = -12 = (2\sqrt{3}i)^2$
	0.5	ب) $\frac{1}{z_2} = 1 - \sqrt{3}i = 2e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{1}{z_1} = 1 + \sqrt{3}i = 2e^{i(\frac{\pi}{3})}$
1.25	0.5	(II) 1 أ) حساب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{i(-\frac{\pi}{3})} : \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$
	0.25	إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
	0.5	ب) B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $(-\frac{\pi}{3})$
0.5	0.25	(2) $T_{\overline{CB}}(A) = D$ معناه $\overline{AD} = \overline{CB}$ أي $z_D - z_A = z_B - z_C$
	0.25	و منه : $z_D = 4 + 2\sqrt{3}i$. الرباعي $ACBD$ معين.
0.5	0.5	(3) لتكن M نقطة لاحقتهما z ، $ z - (1 + i\sqrt{3}) = z - (1 - i\sqrt{3}) $ معناه $M \in (\gamma)$
		أي $BM = CM$ و بالتالي (γ) هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل).
0.25	0.25	(4) G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC أي $AG = BG = CG$ و منه $G \in (\gamma)$
2.75	1	التمرين الرابع: (08 نقاط) (I) 1 أ) من أجل كل x من $]0;1[$ ، $g'(x) = -1 + \frac{1}{x} = \frac{1-x}{x} > 0$
	1	و منه الدالة g متزايدة تماما على $]0;1[$. ب) g مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0,15;0,16]$ و
	0.75	$g(0,15) \times g(0,16) < 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ و $0,15 < \alpha < 0,16$ (2) واستنتاج إشارة $g(x)$:

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
01	0.5 0.5	(II) 1 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ (C_f) _ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x = 1$ و $y = -2$
02.5	1 1 0.5	(2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$ ب) إشارة $f'(x)$: $\frac{1}{\alpha}$ $\frac{1}{0}$ $+\infty$ $-$ $+$ 1 - تبيان اتجاه تغير الدالة f : - جدول تغيرات الدالة f .
0.75	0.25 0.5	(3) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) . $\frac{1}{1}$ $-$ $\frac{e}{0}$ $+$ $+\infty$: الإشارة $f(x) + 2 = \frac{-1 + \ln x}{x - 1}$ في المجال $]1; e[$ المنحنى (C_f) يكون تحت (Δ) ، في المجال $]e; +\infty[$ المنحنى (C_f) يكون فوق (Δ) ، و لما $x = e$ فإن (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e; -2)$.
0.5	0.5	(4) رسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) .
0.5	0.5	(5) $m \in \left] -f\left(\frac{1}{\alpha}\right); 2 \right[$ حتى تقبل المعادلة $ f(x) = m$ حلين متمايزين.