



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

يعطي الجدول التالي الاستهلاك y_i (باللتر l لكل $100 km$) من الوقود لقاطرة منجمية بدلالة سرعتها x_i مقدرة بـ km/h .

x_i مقدرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدرة بـ $(l/100km)$	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(2) تعطى معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة x كالآتي: $y = 0,05x + 0,5$.

باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسيير بسرعة قدرها $130 km/h$ ؟

(3) نبحث في هذا الجزء عن تعديل آخر.

(أ) أتمم الجدول التالي: (تدور كل نتائج الحسابات إلى 10^{-2} عند ملء الجدول فقط)

x_i مقدرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدرة بـ $(l/100km)$	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2
$z_i = \ln y_i$					

(ب) عيّن $(\bar{x}; \bar{z})$ إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية $(x_i; z_i)$.

(ج) عيّن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ z بدلالة x على الشكل $z = ax + b$.

(د) عبّر عن y بدلالة x ؛ باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك القاطرة من الوقود عندما تسيير بسرعة قدرها $130 km/h$ ؟

(هـ) في الواقع أنّه ابتداءً من السرعة $90 km/h$ ، كلما ازدادت هذه الأخيرة بمقدار $10 km/h$ ارتفع استهلاك القاطرة للوقود بمقدار $0,75 l$.

من بين التعديلين السابقين؛ أيهما يعطي أفضل تقدير لاستهلاك القاطرة من الوقود حينما تسيير بسرعة $130 km/h$ ؟

التمرين الثاني: (06 نقاط)

اختر الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

- (1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بعدها العام: $u_n = 5 \times 2^n \times 3^{n-1}$.
 (أ) (u_n) حسابية ، (ب) (u_n) هندسية ، (ج) (u_n) ليست هندسية ولا حسابية.
- (2) (v_n) متتالية حسابية حدها الأول $v_0 = 1$ وأساسها 4؛ قيمة n التي من أجلها يكون $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 2015$ هي: (أ) $n = 31$ ، (ب) $n = 32$ ، (ج) $n = 33$.
- (3) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - 1)^3$ ، يقبل مماسًا في النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{2}$ معادلته:
 (أ) $y = \sqrt{2}x + 1$ ، (ب) $y = 6\sqrt{2}x - 11$ ، (ج) $y = 6\sqrt{2}x + 1$.
- (4) A و B حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P(A) = 0,3$ و $P_A(B) = 0,4$
 (أ) $P(A \cap B) = 0,12$ ، (ب) $P(A \cap B) = 0,1$ ، (ج) $P(A \cap B) = 0,7$.
- (5) A و B حادثتان مستقلتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P(A) = 0,3$ و $P(B) = 0,4$
 (أ) $P(A \cup B) = 0,7$ ، (ب) $P(A \cup B) = 0,58$ ، (ج) $P(A \cup B) = 0,12$.
- (6) A و B حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث: $P_A(B) = 0,4$ ، $P(A) = 0,3$ و $P(A \cup B) = 0,68$
 (أ) $P(B) = 0,204$ ، (ب) $P(B) = 0,272$ ، (ج) $P(B) = 0,5$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - 3$.
- (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = \frac{4}{e^x + 1} - 3$.
 - (ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ؛ ثم فسّر النتيجة هندسيًا.
 - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (3) (أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.
 - (ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0; -1)$.
 - (ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-x) + f(x) = -2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر.
 - (د) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم.
 - (4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها $x = 0$ ، $x = -\ln 3$ و $y = 0$.
 - (5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$ ، و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (أ) بين أن h دالة زوجية.
 - (ب) اعتمادًا على المنحنى (C_f) ، اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

بيّنت دراسة أنّ 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يُحالون على التقاعد سنوياً وبالمقابل يُوظّف 3000 عامل سنوياً. علماً أنّ سنة 2012 كان عدد العمال 50000.

نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ : u_n لعدد العمال سنة $2012 + n$ أي $u_0 = 50$.

(1) احسب u_1 و u_2 .

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0,95u_n + 3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية.

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = 60 - u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأولى.

ب) اكتب v_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_n بدلالة n .

ج) قيّر عدد العمال سنة 2017.

د) حدّد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

هـ) احسب نهاية المتتالية (u_n) . هل يمكن أن يصل عدد عمال المصنع إلى 60000 عامل؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

مصنع سيارات يشتغل بوحدين A و B وينتج نوعين: سيارات تسير بالبنزين يُرمز إليها بـ E وأخرى بغير البنزين $\bar{E}$. زُعم إنتاج هذا المصنع تصنعه الوحدة A .

اشترى شخص سيارة من إنتاج هذا المصنع، احتمال أن تكون هذه السيارة من صنع الوحدة A وتسير بالبنزين

يساوي $\frac{1}{6}$ ، واحتمال أن تكون من صنع الوحدة B وتسير بالبنزين يساوي $\frac{3}{8}$.

(تعطى كل النتائج على شكل كسر غير قابل للاختزال).

(1) بيّن أنّ احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علماً أنّها من صنع الوحدة A يساوي $\frac{2}{3}$.

(2) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علماً أنّها من صنع الوحدة B .

(3) أ) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين.

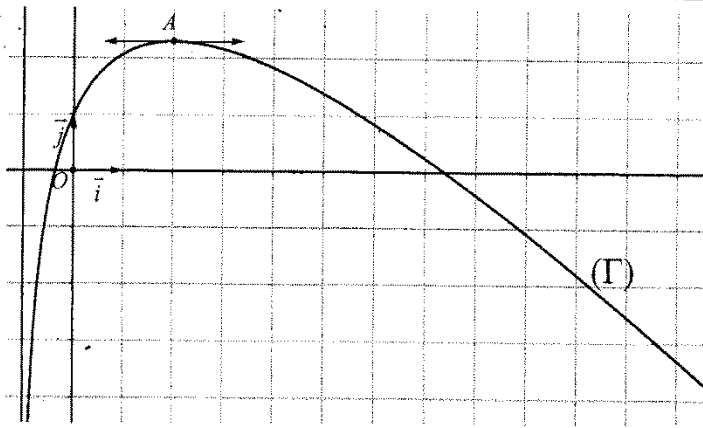
ب) علماً أنّ السيارة تسير بالبنزين ما احتمال أن تكون من صنع الوحدة A ؟

(4) أنجز شجرة الاحتمالات التي تُتمذج هذه الوضعية.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ، $f(x) = ax + b + 3\ln(x+1)$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان.



(Γ) التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل
المقابل، يقبل في النقطة $A(2; -1+3\ln 3)$ مماساً
موازيًا لحامل محور الفواصل.

(1) بقاء بيانية:

(أ) ضع تخميناً حول:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) باستعمال المعطيات المتوفرة، جد قيمة كل من a و b .

(II) نعتبر في هذا الجزء: $f(x) = -x + 1 + 3\ln(x + 1)$.

(1) احسب نهاية الدالة f عند -1 بقيم أكبر.

(2) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. (يُعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$)

(3) (أ) عيّن النقطة B من المنحنى (Γ) التي يكون فيها المماس (T) موازيًا للمستقيم الذي

معادلته $y = x$ ، ثم اكتب معادلة للمماس (T).

(ب) استنتج بياناً، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين موجبين تماماً.

(4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = (x + 1)\ln(x + 1) - x$.

(أ) احسب $g'(x)$ ؛ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$.

(ب) لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (Γ) مع حامل محور الفواصل،

بيّن أن: $\alpha \in]7,37; 7,38[$ و $\beta \in]-0,37; -0,36[$.

(ج) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (Γ) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما: $x = \alpha$ ، $x = 0$.

(د) تحقّق أن: $S = \left(\frac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha - 1\right)ua$ ؛ ثم عيّن حصرًا لـ S . (وحدة مساحة ua)

(III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر.

نُتمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0; 7]$ بالدالة f

المعرفة في الجزء (II)، أي من أجل $x \in [0; 7]$ لدينا $C_m(x) = f(x)$.

نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة.

(1) عيّن عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علماً أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\frac{5}{2}$.

(2) قدير قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة.