

﴿ امتحان بكالوريا التعليم الثانوي ﴾
﴿ دورة جوان 2000 ﴾

المدة : 3 ساعات

شعبة : علوم الطبيعة والحياة

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقط) :

1 - حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z :

$$z^2 - (7 + i)z + 14 + 2i = 0$$

(z هو العدد المركب الذي طويته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين z_1 ، z_2 بحيث يكون $|z_1| < |z_2|$

2 - المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (m ، w ، y) ، لتكن النقطتان أ ، ب

صورتى العددين المركبين z_1 ، z_2 على الترتيب .

- بين أن المثلث m أب قائم ومتقايس الساقين .

- عين مركز وزاوية الدوران الذي يحول النقطة أ إلى النقطة ب ، والنقطة ب إلى النقطة م .

- لتكن النقطة ج صورة النقطة م بهذا الدوران . ماهي طبيعة الرباعي أ ب م ج ؟

التمرين الثاني (04 نقط)

(z_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $z_0 = 14$ ، و ($\forall n \in \mathbb{N}$) $z_{n+1} = 4z_n + 3$

نضع $u_n = z_n + 1$ من أجل كل عدد طبيعي n .

1 - بين أن (u_n) متتالية هندسية ، عيّن أساسها وحدها الأول .

احسب نهائيا u_n ثم نهائيا z_n

$$u_n \leftarrow \infty \quad z_n \leftarrow \infty$$

2 - نعتبر المجموع S_n المعروف كما يلي :

$$S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$$

احسب S_n بدلالة n .

3 - ليكن العدد الطبيعي $A_n = 15(4^{n^2+2} - 1)$ عيّن تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة

الأقليدية للعدد A_n على 7 .

المسألة : (12 نقطة) :

تأ الدالة العددية للمتغير الحقيقي s المعرفة كما يلي :

$$\zeta(s) = \frac{1 + \frac{3}{2^s}}{1 - \frac{1}{2^s}} \quad (s)$$

(يرمز ζ إلى أساس اللوغاريتم النيبيري) .

نسمي (ζ) المنحني الممثل للدالة ζ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (m, w, y) .
1 (ادرس تغيرات الدالة ζ) .

- بين أن النقطة 1 ذات الإحداثيين ($1, 0$) مركز تناظر للمنحني (ζ) .
- ارسم المنحني (ζ) .

2 (بين أن المنحني (ζ) يقبل مماسين ميل كل منهما (-6) عند نقطتين من (ζ) يطلب تعيين هاتين النقطتين .

3 (ليكن Γ مقتصر الدالة ζ على المجال $[0, +\infty)$.

- بين أن الدالة Γ تقبل دالة عكسية Γ^{-1} يطلب إعطاء جدول تغيراتها .

(Γ) هو المنحني الممثل للدالة Γ^{-1} في المعلم السابق (m, w, y)

- اكتب معادلة لمماس المنحني (Γ) عند النقطة التي فاصلتها 7 .

4 (عين العددين الحقيقيين α, β بحيث من أجل كل عدد حقيقي s غير معدوم

$$\zeta(s) = \alpha + \frac{\beta}{1 - \frac{1}{2^s}}$$

5 (λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 2$.

- احسب المساحة $M(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (ζ) والمستقيمات التي معادلاتها :

$$s = 2, \quad s = \lambda, \quad s = 1$$

- احسب نهايات $M(\lambda)$
 $\lambda \rightarrow \infty$

يعطى $\zeta(2) = 2,71...$

