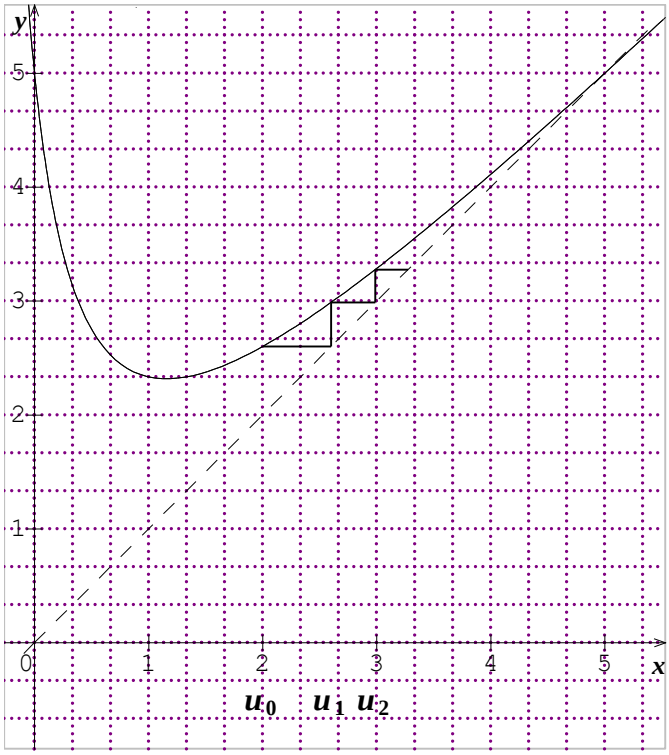
<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>0.5</td><td>أ- بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7
<table>
<tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k+1$</td><td>$3k+2$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 2^n على 7</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table></td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب- $6^{2n}=36^n$ ومنه $6^{2n}\equiv 1[7]$
<table>
<tr><td>n</td><td>$2k$</td><td>$2k+1$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 6^n على 7</td><td>1</td><td>6</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.5
0.5</td><td>لدينا $2021^{2022}\equiv(-2)^{2022}[7]$ ومنه $2021^{2022}\equiv 1[7]$
$1962^{1443}\equiv 2^{3k}[7]$ ومنه $1962^{1443}\equiv 1[7]$
ومنه $\left(2021^{2022}+1962^{1443}\right)^{1954}-2\equiv 0[7]$</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>0.25×4</td><td>أ
<table>
<tr><td>n</td><td>$6k$</td><td>$6k+1$</td><td>$6k+2$</td><td>$6k+3$</td><td>$6k+4$</td><td>$6k+5$</td></tr>
<tr><td>2^n</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>6^n</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>a_n</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>3</td></tr>
</table></td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب- لدينا $a_n=2^n+6^n$ و منه
$a_{n+6}=2^{n+6}+6^{n+6}=2^6\times 2^n+6^6\times 6^n$
اذن $a_{n+6}\equiv 2^n+6^n[7]$ وبالتالي $a_{n+6}\equiv a_n[7]$ ومنه $S_{n+6}\equiv S_n[7]$</td></tr>
<tr><td>0.25
0.25</td><td>جـ . لدينا $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}2^k+\sum_{k=0}^{k=n}6^k=2^{n+1}-1+\frac{6^{n+1}-1}{5}$
و منه $5S_n=5\times 2^{n+1}+6^{n+1}-6$ اذن $S_n\equiv 2^{n+1}+3\times 6^{n+1}+3[7]$
و عليه $S_n\equiv 0[7]$ يكافئ $n=6k+5$</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0.5 + 0.5</td><td>صحيح لأنّ : $v_{n+1}=\frac{1}{5}v_n+\frac{4\beta+\alpha}{5}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.5 + 0.5</td><td>صحيح لأنّ : $u_n=\ln\sqrt{e^{n.\ln 2}}=n\times\ln\sqrt{2}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0.5 + 0.5</td><td>خاطئ لأنّ: لدينا $x\equiv 3[7]$ و $x\equiv 1[3]$ و منه : $x=7k+3$ و
$7k+3\equiv 1[3]$
اذن $k=3k'+1$ وعليه $x=21k'+10$ أي $x\equiv 10[21]$
(تقبل طرائق اخرى)</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0.5 + 0.5</td><td>صحيح لأنّ : $f(-x)+f(x)=0$</td><td>1</td></tr>
</table>

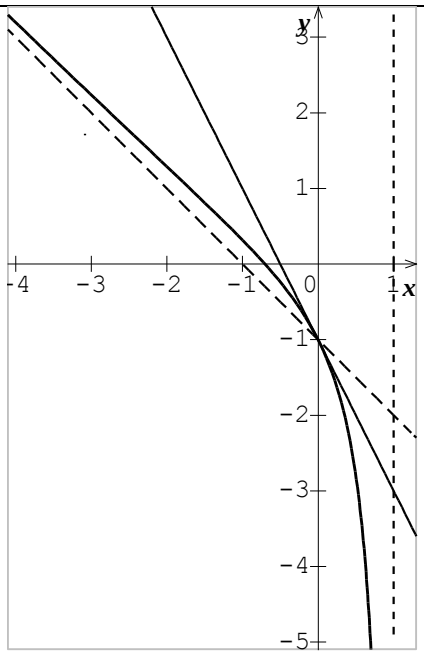
odrous.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

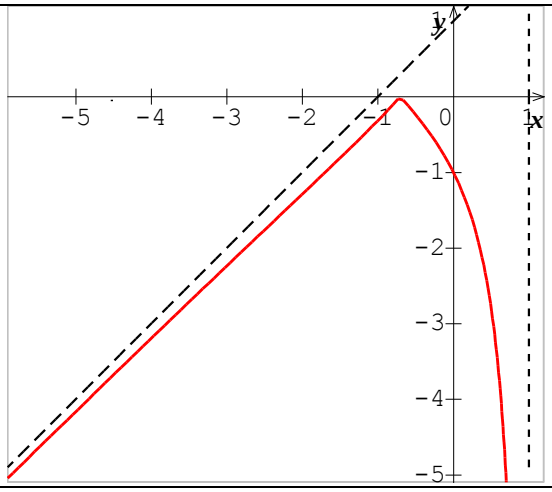
1	أ - $f(x)-x=\dfrac{5-x}{2x+1}$	0.25 0.5	1.75
	ب- تمثيل الحدود  التخمين: (u_n) متزايدة تماما	0.25×3 0.25	
2	أ - البرهان بالتراجع لدينا $2\le u_0<5$ وإذا كان $2\le u_n<5$ فان $f(2)\le f(u_n)<f(5)$ اي $\dfrac{13}{5}\le u_{n+1}<5$ ومنه $2\le u_{n+1}<5$	0.5+0.25	1.5
	ب - لدينا $u_{n+1}-u_n=\dfrac{5-u_n}{2u_n+1}>0$ و منه (u_n) متزايدة تماما (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة	0.5 0.25	
3	$5-u_{n+1}=5-\dfrac{2u_n^2+5}{2u_n+1}=\dfrac{2u_n}{2u_n+1}(5-u_n)$	0.5	0.5
4	أ - $\dfrac{2u_n}{2u_n+1}-\dfrac{10}{11}=\dfrac{2(u_n-5)}{11(2u_n+1)}\le 0$	0.5	1.25
	ب - لدينا $0<5-u_{n+1}\le\dfrac{10}{11}(5-u_n)$ و منه $0<5-u_n\le 3\left(\dfrac{10}{11}\right)^n$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=5$	0.5 0.25	

x	0	5	$+\infty$
الوضعية	(C) أعلى (Δ)		(C) أسفل (Δ)

odrous.com

		التمرين الرابع: (07 نقاط)	
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$	0.25+0.25	0.5
2	أ – $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 0 & & +\infty \\ \hline e^{(x)}-1 & & - & 0 & + & \\ \hline e^{(x)}-x & & \searrow & 1 & \nearrow & \end{array}$ تقبل الاجابة باستعمال: بيان الدالة $x\mapsto e^x$ و المستقيم ذي المعالة $y=x$	0.5	1.75
	ب – $f'(x)=\dfrac{(x-2)(e^x-x)}{(x-1)^2}$	0.5	
	جـ – f متناقصة تماما جدول التغيرات $\begin{array}{c\|cc} x & -\infty & 1 \\ \hline f(x) & +\infty \searrow & -\infty \end{array}$	0.5 0.25	
3	أ – $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)=-1$ $y=-x-1$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C) عند $-\infty$	0.5 0.25	1
	ب – (C) أسفل (Δ) في المجال $]0;1[$ و (C) أعلى (Δ) في المجال $]-\infty;0]$	0.25	
4	معادلة (T) : $y=-2x-1$	0.5	0.5
5	أ – مبرهنة القيمة المتوسطة	0.75	1.75
	ب – إنشاء (T) (Δ) (C) 	0.25 0.25 0.5	

odrous.com

6	$\frac{e^x - x^2 + x - 1}{x - 1} = mx$ تكافئ $f(x) = mx - 1$	0.25	0.75
	m: $-\infty$ ، -2 ، -1 ، $+\infty$ الحلول: حل موجب تماما وحل معدوم ، حل معدوم ، حل سالب تماما وحل معدوم ، حل معدوم ، حل معدوم	0.5	
7	$\begin{cases} g(x) = -f(x) & : x \le \alpha \\ g(x) = f(x) & : \alpha \le x < 1 \end{cases}$	0.5	0.75
	إنشاء (C_g) 	0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)

التمرين الأول: (04 نقاط)

1	أ لدينا. $A_n = (n^2 + 3n + 1)B_n + 7$ ومنه $p\gcd(A_n ; B_n) = p\gcd(B_n ; 7)$	0.5	1.5
	ب - $p\gcd(A_n ; B_n) \in \{1;7\}$	0.5	
	جـ - $p\gcd(A_n ; B_n) = 7$ تكافئ $n + 2 \equiv 0[7]$ اذن قيم n المطلوبة هي كل الأعداد الطبيعية ما عدا $7k + 5$ مع $k \in \mathbb{N}$	0.5	
2	أ -لدينا $51x - 4y \equiv 29[4]$ اي $3x \equiv 1[4]$ ومنه $x \equiv 3[4]$	0.75	1.5
	ب - الحلول : $(x;y) = (4k+3;51k+31)$ مع $k \in \mathbb{Z}$	0.75	
3	أ $51x - 4y = 45$ تكافئ $51x - 4(y+4) = 29$ و منه الحلول: $(x;y) = (4k+3;51k+27)$ مع $k \in \mathbb{Z}$	0.5	1
	ب - $\lvert y - 12x \rvert \le 3$ تكافئ $2 \le k \le 4$ اذن الثنائيات هي $(11;129)$ $(15;180)$ و $(19;231)$	0.5	

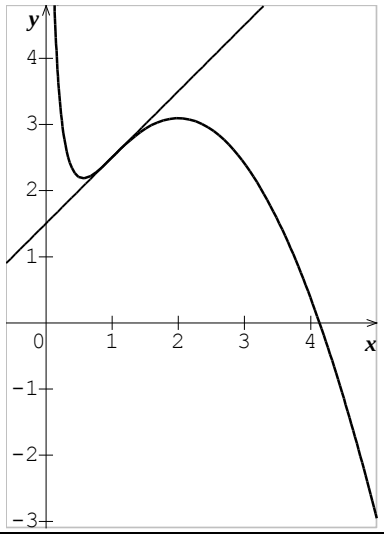
التمرين الثاني: (04 نقاط)

1	حيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 0$ تكافئ $\ln b = 0$ $ab + \frac{1}{b} = 0$ ومنه $a = -1$ و $b = 1$ اذن $f(x) = -1 + \frac{1}{x+1} + \ln(x+1)$	0.5+0.5	1

odrous.com

2	$g'(x)=1+\ln(x+1)$ $x\mapsto -2x+(x+2)\ln(x+1)$ دالة أصلية للدالة f على $]-1;+\infty[$	0.5 01	1.5
3	أ – $u_{2022}=\int_{2021}^{2022} f(x)\,dx=-2+2024\ln 2023-2023\ln 2022$ u_{2022} هو مساحة الحيز المحدد بـ (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=2022$ ، $x=2021$	0.25 0.25	1.5
	ب – $u_n=-2+(n+2)\ln(n+1)-(n+1)\ln n$	0.5	
	جـ – $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-2+\ln(n+1)+\frac{n+1}{n}\times\frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}\right)=+\infty$	0.5	
التمرين الثالث: (05 نقاط)			
1	$v_{n+1}=u_{n+1}-1=-\frac{1}{3}(u_n-1)^2=-\frac{1}{3}(v_n)^2$	01	1
2	البرهان بالتراجع	01	1
3	$v_{n+1}-v_n=-v_n\left(\frac{1}{3}v_n+1\right)>0$ ومنه (v_n) متزايدة تماما (v_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	0.25+0.25 0.25	0.75
4	أ– $w_{n+1}=\ln\left(-\frac{3}{v_{n+1}}\right)=2\ln\left(-\frac{3}{v_n}\right)=2w_n$ و $w_0=\ln 3$	0.25+0.5	1.75
	ب – $w_n=2^n\ln 3$ ، $v_n=-3^{1-2^n}$ ، $u_n=-3^{1-2^n}+1$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$	4x 0.25	
5	لدينا $\frac{1}{v_n}=-3^{2^n-1}$ ومنه $P_n=(-1)^{n+1}\times 3^{2^{n+1}-n-2}$	0.5	0.5
التمرين الرابع: (07 نقاط)			
I 1	h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$	0.5	0.5
2	أ – تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة	0.5	0.75
	ب – $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline h(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	0.25	
II 1	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	0.5+0.25	0.75
2	أ – $f'(x)=\frac{(2-x)h(x)}{x}$	0.5	1
	ب –اتجاه التغير	0.25	

odrous.com

	0.25	f متزايدة تماما على $[\alpha;2]$ ومتناقصة تماما على كل من $]0;\alpha]$ و $[2;+\infty[$ جدول التغيرات $\begin{array}{c\|ccccccc} x & 0 & & \alpha & & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & f(2) & \searrow & -\infty \end{array}$	
0.5	0.25+0.25	$f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ و $1,8\le f(\alpha)\le 2,4$	3
1.75	0.25+0.5	أ - $g'(x)=\frac{2x^2+x+2}{x}$. $g'(x)>0$ و $g(1)=0$	4
	0.25+0.25	ب - لدينا $f''(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ، f'' تنعدم عند 1 و تغير اشارتها و بالتالي $A\left(1;\frac{5}{2}\right)$ نقطة انعطاف	
	0.5	جـ - معادلة المماس (T) هي : $y=x+\frac{3}{2}$	
0.75	0.5+0.25	إنشاء (T) و (C) في المجال $]0;5]$ 	5
1	0.25 0.25 0.25	أ - $k'(x)=-e^{-x}f'(e^{-x})$ f متناقصة تماما على $[-\ln 2;-\ln\alpha]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty;-\ln 2]$ و $[-\ln\alpha;+\infty[$ $\lim\limits_{x\to-\infty}k(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)=+\infty$	6
	0.25	ب- $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -\ln 2 & & -\ln\alpha & & +\infty \\ \hline k'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline k(x) & -\infty & \nearrow & f(2) & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & +\infty \end{array}$	

odrous.com