

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

الدورة: 2026

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:
الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس U على 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء ويحتوي كيس V على كرتين حمراوين وكرتين خضراوين. كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من U ، إذا كانتا حمراوين نضعهما في V ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد، وإذا لم تكونا حمراوين معا نعيدهما إلى U ثم نسحب من V كرتين في آن واحد، ونعتبر الحوادث:

R : « سحب كرتين حمراوين من U » ، A : « سحب كرتين حمراوين من V »

B : « سحب كرتين خضراوين من V » ، C : « سحب كرتين من لونين مختلفين من V »

(1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) تحقق أن: $P(A) = \frac{7}{30}$ واحسب $P(B)$ و $P(C)$

(3) احسب احتمال سحب كرتين حمراوين من U علما أن الكرتين المسحوبتين من V خضراوان.

(4) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب بالكيفية السابقة عدد الكرات الخضراء المسحوبة من الكيس V

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي $E(21X + 1428)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z - 1 + i\sqrt{3})(z^2 - 2z + 2) = 0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب Z_A ، Z_B ، Z_C و Z_D حيث:

$$Z_D = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}(1 + i) \text{ و } Z_C = 1 - i, Z_B = 1 - i\sqrt{3}, Z_A = 1 + i$$

(أ) اكتب كلاً من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل المثلثي.

(ب) استنتج الشكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L = \frac{z_A}{z_B}$

(ج) اكتب العدد L على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{7\pi}{12}$ و $\sin \frac{7\pi}{12}$

(3) (أ) تحقق أن $z_D - z_A = i(z_D - z_B)$ ثم بين أن المثلث ABD قائم ومتساوي الساقين.

(ب) عيّن z_E لاحقة النقطة E مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; 1), (D; -1)\}$ ثم حدّد طبيعة الرباعي $AEBD$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E) \dots 675x - 525y = \alpha$ حيث: x و y عدنان صحيحان و α عدد صحيح غير معدوم.

(1) عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 675 و 525 ثم استنتج قيم α التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلولاً.

(2) نضع: $\alpha = 825$

(أ) حلّ المعادلة (E) علماً أن الثنائية $(2; 1)$ حلّ لها.

(ب) عيّن كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي من أجلها يكون $PGCD(x; y) = 11$

(3) (أ) أثبت أنه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ العددين $7n + 4$ و $9n + 5$ أوليان فيما بينهما.

(ب) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم n القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر

للعددين a و b حيث: $a = 77n^2 + 44n$ و $b = 99n^2 + 55n$

(4) (أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد L على 7 حيث: $L = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2025}$

(5) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $L + b - a + 3 \equiv 0 [7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $g(x) = (x-1)^2 + \ln((x-1)^2)$

(1) (أ) بين أنه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $g'(x) = \frac{2(x-1)^2 + 2}{x-1}$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها (لا يُطلب حساب النهايات).

(2) (أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّاً وحيداً α في المجال $[1, 8]$; $1, 7$

(ب) تحقق أن $2 - \alpha$ حلّ للمعادلة $g(x) = 0$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = x - 2 - \frac{2 + \ln((x-1)^2)}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

ب) بين أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f(2-x) + f(x) = -2$

- استنتج أن للمنحني (C_f) مركز تناظر، يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أ) بين أن (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') يوازيان (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \simeq -2,2$ و $f(2-\alpha) \simeq 0,2$)

ج) عيّن بياناً قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x) = x + m$ حلين بالضبط.

(5) أ) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها:

$y = x - 2$ ، $x = 2$ و $x = \lambda$ حيث: $\lambda > 2$ ، $\mathcal{A}(\lambda)$ مقدرة بوحدة المساحة.

ب) عيّن قيمة λ حتى يكون: $\mathcal{A}(\lambda) = 2(\ln(\lambda - 1))^2$

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (02) صفحتين (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و ABC مثلث قائم في A حيث:
 $A(6; 9)$ ، $B(\alpha; 0)$ ، $C(0; \beta)$ و α ، β عدنان صحيحان.

(1) بيّن أنّ الثنائية $(\alpha; \beta)$ تحقق المعادلة: $(E) \dots 2x + 3y = 39$ و x ، y عدنان صحيحان.

(2) أ) تحقق أنّ الثنائية $(6; 9)$ حلّ لـ (E) ثمّ عيّن كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E)

ب) استنتج كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $PGCD(x; y) = 39$

(3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447^{2026} على 9

(4) عيّن كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $4^{y+30} \equiv 1[9]$ و $-21 \leq y \leq -15$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يضم قسم لشعبة الرياضيات 8 ذكور من بينهم أحمد و 6 إناث من بينهم فاطمة.

(1) نختار بطريقة عشوائية 3 تلاميذ من القسم للمشاركة في أولمبياد الرياضيات، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « التلاميذ المختارون من نفس الجنس » ، B : « من بين التلاميذ المختارين أنثى على الأقل »

C : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين » ، D : « أحمد وفاطمة لا يتم اختيارهما معا »

E : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين علما أنّ كلّ التلاميذ المختارين من الإناث »

- احسب احتمالات الحوادث A ، B ، C ، D و $A \cup B$ وبيّن أنّ احتمال الحادثة E يساوي $\frac{1}{2}$

(2) نفرض أنّ عدد الإناث هو n حيث: $n \geq 2$ ونختار عشوائيا مُمَثِّلَيْن اثنين للقسم.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية اختيار لمُمَثِّلَي القسم عدد الإناث المختارات و $E(X)$ أمله الرياضي.

أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ بيّن أنّ: $E(X) = \frac{2n}{n+8}$

ب) جد قيمة n التي من أجلها يكون $E(X)$ عددا طبيعيا.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

θ عدد حقيقي حيث: $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

(1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z - i\sqrt{3})(z^2 - 4(\sin \theta)z + 4) = 0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D

لاحقاتها على الترتيب Z_A ، Z_B ، Z_C و Z_D حيث:

$Z_A = i\sqrt{3}$ ، $Z_B = 2(\sin \theta + i \cos \theta)$ ، $Z_C = 2(\sin \theta - i \cos \theta)$ و $Z_D = 1 + i\sqrt{3}$

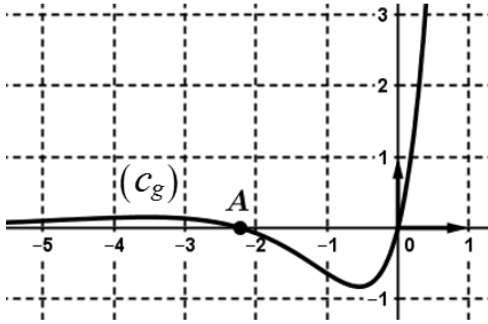
- (أ) اكتب كلاً من z_D و z_C ، z_B ، z_A على الشكل المثلثي.
 (ب) استنتج أنّ النقط B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ج) بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2026} + \left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{1447} = -1 - i$

- (د) عيّن قيم العدد θ حتى يكون ABC مثلثاً قائماً في B
 (3) نضع: $\theta = \frac{\pi}{6}$ ونعتبر العدد المركب L حيث: $L = -(1+i)z_B$

- (أ) اكتب L على الشكل المثلثي وعلى الشكل الجبري.
 (ب) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\sin \frac{19\pi}{12}$ و $\cos \frac{19\pi}{12}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 + 2x)e^x + 2xe^{2x}$

التمثيل البياني (c_g) للدالة g يشمل النقطة $A(\alpha; 0)$

كما هو موضح في الشكل المقابل.

(1) تحقّق أنّ: $-2,3 < \alpha < -2,2$

(2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x + 1}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(2) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(3) (أ) بيّن أنّ المنحني (P) ذا المعادلة $y = x^2$ مقارب للمنحني (c_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (c_f) و (P) ثمّ ارسم (P) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha) \simeq 0,5$)

(4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx$ ومن أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $u_n = \int_0^1 \frac{x^n e^x}{e^x + 1} dx$

(أ) احسب u_0 ثمّ برّر أنّ المتتالية (u_n) موجبة.

(ب) بيّن أنّ (u_n) متناقصة ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

(ج) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x حيث: $0 \leq x \leq 1$ ، $\frac{1}{2} \leq \frac{e^x}{e^x + 1} \leq \frac{e}{e+1}$

(د) استنتج أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $\frac{1}{2(n+1)} \leq u_n \leq \frac{e}{(e+1)(n+1)}$ ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

- فسّر هندسيا العدد u_2 وأعط حصرًا له.