

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

الدورة: 2026

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(I) يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: كرتان تحملان الرقم 1 وأربع كرات تحمل الرقم 2 وثلاث كرات تحمل الرقم 3 . نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد ونعتبر الحوادث: A : « سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم » ، B : « سحب ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثلى مثلى » C : « سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها عدد زوجي »

(1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) بين أن: $P(A \cap C) = \frac{1}{21}$ ثم استنتج $P_A(C)$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات، عدد الكرات التي تحمل الرقم 2

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

(II) نضيف إلى محتوى الكيس السابق n كرة تحمل الرقم 1 ثم نسحب منه كرتين على التوالي دون إرجاع.

- عيّن قيمة n حتى يكون احتمال الحصول على كرتين لا تحمل أيّ منهما الرقم 1 يساوي $\frac{1}{5}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz + 4)(z^2 - 4z + 16) = 0$

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ و A ، B ، C و D نقط من المستوي

لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث: $z_A = 4$ ، $z_B = iz_A$ ، $z_C = 2 - 2i\sqrt{3}$ و $z_D = -iz_C$

(1) أ) اكتب كلّاً من z_B ، z_C و z_D على الشكل المثلثي.

ب) علّم النقط A ، B ، C و D ثمّ تحقّق أنّها تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(2) أ) برّر أن: $z_D - z_B = \sqrt{3}(z_C - z_A)$ ثمّ استنتج أنّ المستقيمين (BD) و (AC) متوازيان.

ب) بين أن: $|z_B - z_A| = |z_D - z_C|$

ج) استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ثمّ عيّن لاحقة النقطة G مركز ثقله.

(3) تحقّق أن: $z_D - z_A = i(z_B - z_C)$ ثمّ عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة f المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{4x}{x+2}$
- (2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة ب: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$
- (أ) احسب u_1 و u_2 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)
- (ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 2$
- (ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)
- (3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n}$
- (أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يُطلب كتابة v_n بدلالة n
- (ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)
- (4) نضع: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$
- احسب S_n بدلالة n ثم استنتج أن: $T_n = \frac{1}{2}n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) $g(x) = 2x - 2 - 4 \ln x$ الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = 2x - 2 - 4 \ln x$
- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
- (2) (أ) احسب $g(1)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]3,5; 3,6[$
- (ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$
- (II) $f(x) = x^2 + 2x - 4x \ln x$ ، $x > 0$ ومن أجل كل $x > 0$ ب: $f(0) = 0$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) بين أنه: من أجل كل $x > 0$ ، $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (3) (أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثياتها.
- (ب) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2
- (4) (أ) ارسم (T) و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \simeq 1,7$)
- (ب) عيّن بياناً قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول.
- (5) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$
- (ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = e$ و $x = 1$ ، $y = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(I) يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ذات الألوان الأخضر، الأحمر والأبيض. نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كرة واحدة ونعرف قانون احتمال هذه التجربة بالجدول الآتي:

حيث $a \in \mathbb{R}$	بيضاء	حمراء	خضراء	الكرة المسحوبة
	$2a$	a	$\frac{1}{10}$	الاحتمال

- احسب قيمة a ثم استنتج عدد كل من الكرات الخضراء، الحمراء، البيضاء.

(II) نفرض أن الكيس يحتوي على كرة واحدة خضراء، 3 كرات حمراء و 6 كرات بيضاء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس ونعتبر الحوادث:

A : «الحصول على كرة حمراء واحدة فقط»، B : «الحصول على كرتين بالضبط من نفس اللون»

C : «الحصول على ثلاث كرات ليست كلها من نفس اللون»

(1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب احتمال الحصول على كرتين بياضين علما أننا لا نحصل على الكرة الخضراء.

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات، عدد الألوان التي تحملها الكرات المسحوبة.

- بين أن: $P(X=2) = \frac{27}{40}$ وعين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2 + \alpha z + 4 = 0 \dots (E)$ حيث α عدد حقيقي.

أ) احسب $(-1 + i\sqrt{3})^2$ ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعدد $-2 - 2i\sqrt{3}$

ب) عين α حتى يكون العدد المركب $-1 + i\sqrt{3}$ حلا للمعادلة (E) ثم استنتج حلها الآخر.

(2) نعتبر الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و z_3 حيث: $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ ، $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$ و $z_3 = \sqrt{2}(1 - i)$

أ) اكتب كلاً من z_1 ، z_2 و z_3 على الشكل المثلثي.

ب) استنتج الشكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L = \frac{z_1 \times z_3}{z_2}$

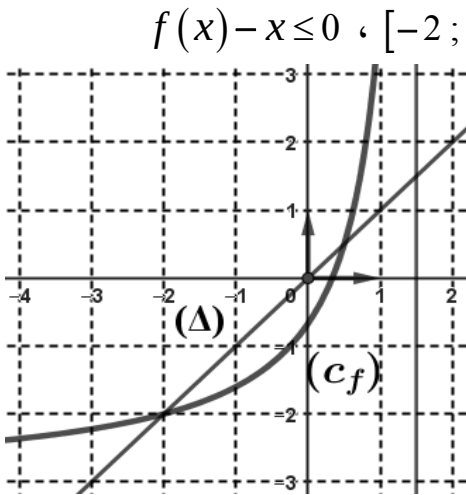
ج) اكتب L على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{13\pi}{12}$ و $\sin \frac{13\pi}{12}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

f الدالة المعرفة على $]-\infty; \frac{3}{2}[$ بـ: $f(x) = \frac{-6x+2}{2x-3}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$



(1) بقراءة بيانية، حدّد اتجاه تغيّر الدّالة f وبرّر أنّه: من أجل كلّ x من $[-2; 0]$ ، $f(x) - x \leq 0$

(2) أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

ب) خمن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

(3) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-2 < u_n \leq 0$

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

(4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{4+2u_n}{1-2u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{7}$ ، يُطلب كتابة عبارة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

(5) (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \ln(v_n)$

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) حسابية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $w_0 + w_1 + \dots + w_n = \frac{1}{2}(n+1)[(\ln 2 - \ln 7)n + 4\ln 2]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = 1 + \frac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتائج هندسياً.

(2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x) = \frac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x) + f(x) = -3$ ، وفسّر النتيجة هندسياً ثمّ ارسم المنحني (C_f)

(4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x) = -4 + \frac{1}{2} \left(\frac{9e^x}{1+e^x} - \frac{e^x}{1-e^x} \right)$

ب) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = -4$ ، $x = \lambda$ و $x = -\ln 2$ حيث: $\lambda < -\ln 2$ ثمّ احسب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} \mathcal{A}(\lambda)$

(5) g الدّالة المعرّفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(\ln x)$

- تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x > 1$ ، $g(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ وحدّد اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.