



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 9 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، منها: 4 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراوان.

(I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد.

(1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون » ، B : « الحصول على الألوان الثلاثة »

C : « الحصول على كرتة بيضاء على الأقل »

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الألوان المتحصل عليها.

(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

(ب) احسب $E(84X + 1837)$

(II) نضيف الآن إلى الصندوق كرتة واحدة سوداء ثم نسحب منه عشوائيا 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

– بيّن أنّ احتمال الحادثة D : « الحصول على الألوان الأربعة » هو $\frac{4}{35}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 5^n على 7

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(5^{1445})^{2024}$ على 7

(2) بيّن أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445$ مضاعف للعدد 7

(3) جد الأعداد الطبيعية n التي تُحقّق : $1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0 [7]$

(4) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يقبل العدد $5^n + 2^n$ القسمة على 7

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{6+6u_n}{5+u_n}$

(1) احسب u_1 و u_2 ثم تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5+u_n}$



(2) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

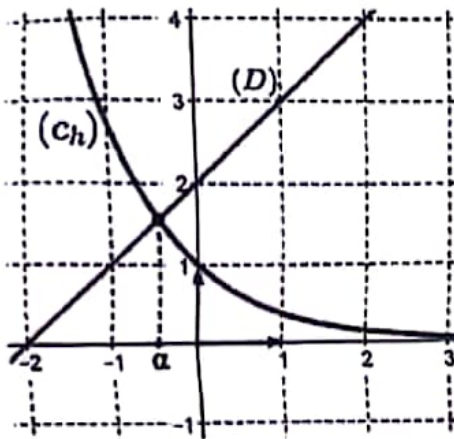
(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{8}{3}$ ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I) (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^{-x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة: $y = x + 2$ و α فاصلة نقطة تقاطع (C_h) و (D) ، كما في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية: حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ حيث:

$$g(x) = e^{-x} - x - 2$$

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + (x+1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2 cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x) \times e^x$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5) أ) ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) (نأخذ: $\alpha \approx -0,5$ و $f(\alpha) \approx 0,8$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x - e^m$ حلين مختلفين.

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع ، $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$x = 0 \text{ ، } x = -1 \text{ ، } y = -x$$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها:
 كرتان تحملان الرقم 0 ، ثلاث كرات تحمل الرقم 2 ، كرتة واحدة تحمل الرقم 3 وأربع كرات تحمل الرقم 4
 نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد.
 (1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « مجموع الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة يساوي 12 »

B : « الحصول على ثلاثة أعداد أولية »

C : « جداء الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة معدوم »

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الأعداد الأولية المتحصل عليها.(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$ (ب) احسب احتمال الحادثة $(X^2 > e)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة $(E) \quad 3179x - 1156y = 1445 \dots$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

(أ) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3179 و 1156

(ب) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(7; 3)$ حلّ لها.(2) x ، y عدنان صحيحان و d عدد طبيعي حيث: $(x; y)$ حلّ للمعادلة (E) و $PGCD(x; y) = d$ (أ) عيّن القيم الممكنة للعدد d (ب) جد كلّ الثنائيات $(x; y)$ التي تحقّق: $d = 5$ (3) a ، b عدنان طبيعيان و $PGCD(a; b) = 5$ (أ) جد الثنائيات $(a; b)$ التي تحقّق: $ab = 600$ (ب) عيّن الثنائية $(a; b)$ حلّ للمعادلة (E) التي تحقّق: $ab = 600$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) f الدالة المعرفة على المجال $[2; 3]$ بـ: $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ - ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم بيّن أنّه: من أجل كل x من $[2; 3]$ ، $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$



(II) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $2 < u_n \leq 3$

(2) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

(3) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$

ب) برهن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة g المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $g(x) = x + \ln(x+2)$

x	-2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,45 < \alpha < -0,44$

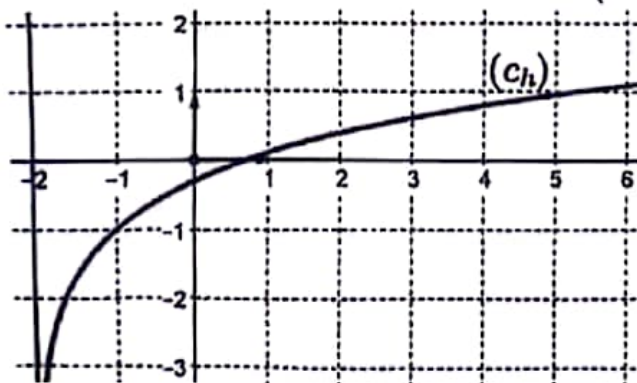
(2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)(-1 + \ln(x+2))$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$



ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) في الشكل المقابل، (C_h) منحنى الدالة h المعرفة

على $]-2; +\infty[$ بـ: $h(x) = -1 + \ln(x+2)$

أ) بين أن (C_h) منحن مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_h) و (C_f)

(4) أ) أعد رسم (C_h) على ورقة الإجابة ثم ارسم (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \approx -0,2$)

ب) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

(5) بين أن: $\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \frac{1}{2}$ ثم احسب بالسنتيمتر المربع، $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد

بالمنحنيين (C_h) و (C_f) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = -1$ و $x = e-2$