

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

( $V_n$ ) متتالية هندسية حدّها الأول  $V_0 = 2$  وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن  $V_n$  بدلالة  $n$ .

ب) احسب بدلالة  $n$  الفرق  $V_{n+1} - V_n$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر المتتالية ( $V_n$ ).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ :  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ .

أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$ .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $S_n = 80$ .

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $3^n - 1$  يقبل القسمة على 2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- هل العددين 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $4^6$  على 7.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$ .

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $3 \times 718^{6n} + 2013$  يقبل القسمة على 7.

4- أ) تحقّق أنّ:  $1434 \equiv -1[7]$ .

ب) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$ ، الأصغر من 25، بحيث:  $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$ .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

في الشكل المقابل، المنحنى  $(C)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم  $(\Delta)$  هو مماس للمنحنى  $(C)$  عند مبدأ المعلم  $O$ ، حيث:  $y = g(x)$  معادلة له.

I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

3- عدد حلول المعادلة:  $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة  $f$ :

1- أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

ب) احسب  $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2- أ) أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور

الفواصل.

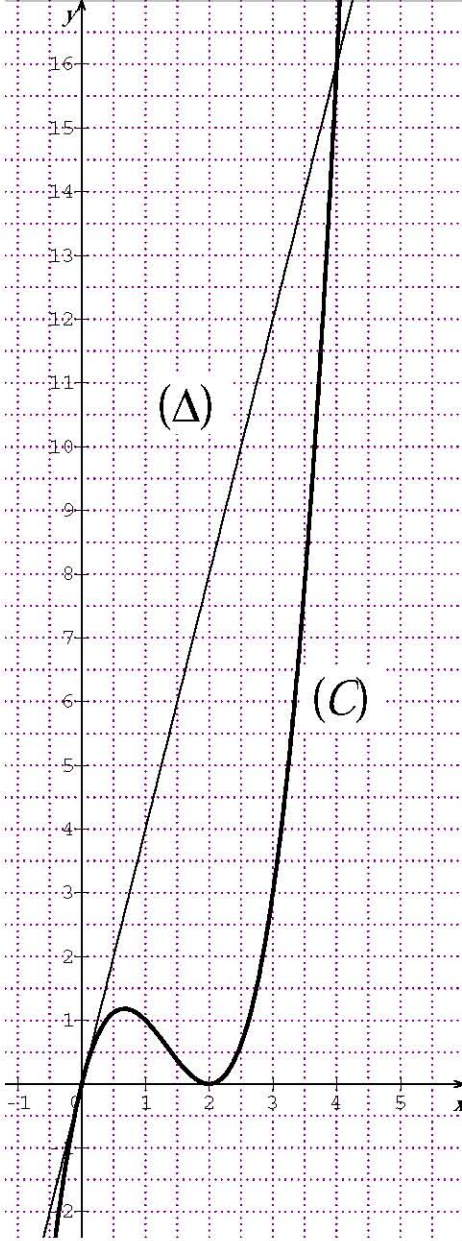
3- أ) بيّن أن:  $g(x) = 4x$ .

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع  $(C)$  مع  $(\Delta)$ .

4- بيّن أن،  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف فاصلتها  $\frac{4}{3}$ .

5- عيّن بيانياً، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، التي من أجلها

تقبل المعادلة  $f(x) = m$  ثلاثة حلول متميزة.



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- $(u_n)$  متتالية حسابية حدّها الأول  $u_0$  وأساسها 5 بحيث:  $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 34$ .
- 1- احسب  $u_0$ .
  - 2- بين أنّه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 5n + 1$ .
  - 3- عيّن العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $u_{n+1} + u_n - 8n = 4033$ .
  - 4- احسب المجموع:  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2013}$ .
  - 5- المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بالعلاقة:  $v_n = 2u_n + 1$ .
- (أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية  $(v_n)$ .
- (ب) احسب المجموع:  $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2013}$ .

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

- $a$  و  $b$  عددان صحيحان حيث:  $a \equiv 2[7]$  و  $b \equiv 6[7]$ .
- 1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $3a + b$  على 7.
  - 2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^2 + 3b^2$  على 7.
  - 3- (أ) تحقّق أنّ:  $b \equiv -1[7]$ .
- (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين  $b^{2013}$  و  $b^{1434}$  على 7.
- 4- عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث:  $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$ .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

- $f$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$  و  $(C)$  المنحنى البياني الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- 1- بين أنّه، من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$ ،  $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$ .
  - 2- هل النقطة  $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$  تنتمي إلى  $(C)$ ؟

3- أ) احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

ب) استنتج أن  $(C)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4- احسب  $f'(x)$  ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

5- جد فواصل نقط المنحنى  $(C)$ ، التي يكون معامل توجيّه المماس عندها يساوي  $-\frac{3}{2}$ .

6- جد إحداثيات نقط تقاطع  $(C)$  مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور الترتيب.

7- عيّن، مع التبرير، المنحنى  $(C)$  من بين المنحنيات  $(C_1)$  ،  $(C_2)$  ،  $(C_3)$  الممثلة أدناه.

