

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)												
مجموع	مجزأة													
التمرين الأول (04 نقاط)														
2	0.5 + 0.25	$P(A)=\frac{C_3^2+C_3^2+C_2^2}{C_8^2}=\frac{1}{4}$ (أ)				1								
	0.5 + 0.25	$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_5^2}{C_8^2}=\frac{9}{14}$												
	2 × 0.25	$P(C)=\frac{C_5^1\times C_2^1}{C_8^2}=\frac{5}{14}$ (ب)												
2	0.5	{1 ; 2 ; 3 ; 4} (أ) تبرير عناصر المجموعة				2								
	4 × 0.25	<table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{5}{28}$</td><td>$\frac{12}{28}$</td><td>$\frac{10}{28}$</td><td>$\frac{1}{28}$</td></tr></table>	x_i	1	2		3	4	$P(X=x_i)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{10}{28}$	$\frac{1}{28}$	(ب) قانون الاحتمال
	x_i	1	2	3	4									
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{10}{28}$	$\frac{1}{28}$										
0.5	$E(X)=\frac{9}{4}$													
التمرين الثاني (04 نقاط)														
1	0.25	البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية				1								
	0.75	إثبات صحة الاستلزام (إثبات أن الخاصية وراثية)												
0.25	0.25	من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{3}(u_n-3)$ ، ومنه (u_n) متزايدة تماما				2								
1.75	0.75	(أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ ،				3								
	0.25	$v_0=-2$												
	2 × 0.25	(ب) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=-2\left(\frac{2}{3}\right)^n+3$ و $v_n=-2\left(\frac{2}{3}\right)^n$												
	0.25	(ج) $\lim_{n\rightarrow+\infty}u_n=3$ لأن $\lim_{n\rightarrow+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$												
1	0.75	$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=-6\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right]$				4								
	0.25	$T_n=S_n+3(n+1)=-6\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right]+3n+3=3n-3+4\left(\frac{2}{3}\right)^n$												

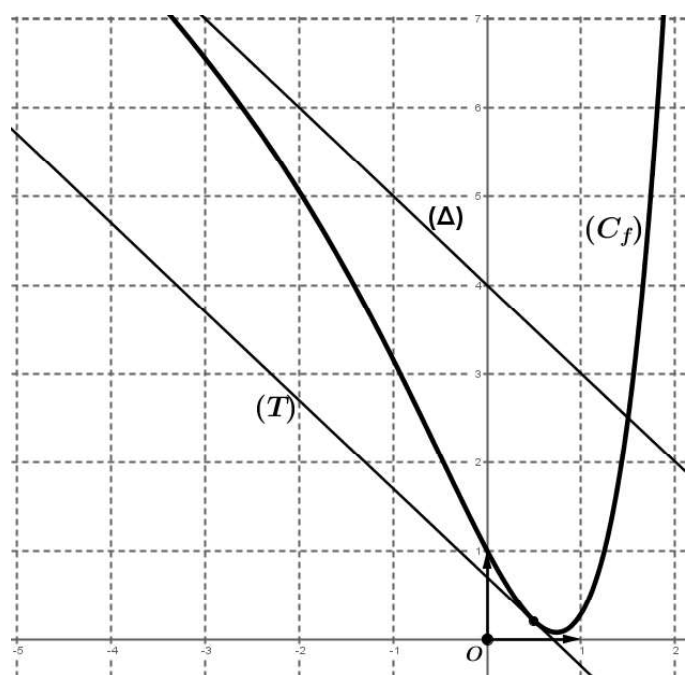
التمرين الثالث (05 نقاط)																		
3	2 × 0.75	$2^3 \equiv 1[7] , \quad 2^2 \equiv 4[7] , \quad 2^1 \equiv 2[7] , \quad 2^0 \equiv 1[7] \quad (أ)$ $k \in \mathbb{N}$ <table><tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k+1$</td><td>$3k+2$</td></tr><tr><td>$2^n \equiv$</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>$[7]$</td></tr></table>			n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	$2^n \equiv$	1	2	4				$[7]$	1	
	n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$														
	$2^n \equiv$	1	2	4														
				$[7]$														
3 × 0.25	(ب) لدينا $1444 \equiv 2[7]$ ومنه $2023 \equiv 1[3]$ وعليه $1444^{2023} \equiv 2[7]$																	
0.25	(ج) $1962n \equiv 2n[7]$ و $1444^{3n+1} \equiv 2[7]$																	
0.25	$1962n + 1444^{3n+1} \equiv 0[7]$ معناه $2n + 2 \equiv 0[7]$ أي $n \equiv 6[7]$																	
	0.25	وعليه $n = 7\alpha + 6$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$																
1.5	0.5	لدينا $7(4) - 6(4) = 4$ ومنه $(4; 4)$ حل للمعادلة (E)			2													
	0.5	لدينا $\begin{cases} 7x - 6y = 4 \\ 7(4) - 6(4) = 4 \end{cases}$ ومنه $7(x - 4) = 6(y - 4)$																
	0.5	وباستعمال مبرهنة غوص: مجموعة الحلول هي $\{(6k + 4; 7k + 4) / k \in \mathbb{Z}\}$																
0.5	0.25	$2^{3x} + 2^y \equiv 3[7]$ معناه $2^{3x} + 2^{7k+4} \equiv 1 + 2^{k+1}[7]$ ومنه $2^k \equiv 1[7]$			3													
	0.25	وبالتالي $k = 3\lambda$ ، وعليه $(x; y) \in \{(18\lambda + 4; 21\lambda + 4) / \lambda \in \mathbb{N}\}$																
التمرين الرابع (07 نقاط)																		
0.75	0.75	<table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>$\emptyset$</td><td>-</td><td>$\emptyset$</td></tr></table>	x	-1	α	0	$+\infty$	$g(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	إشارة $g(x)$	(1 I)				
x	-1	α	0	$+\infty$														
$g(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$														
0.5	0.5	$g(-0,71) \simeq -0,027$ و $g(-0,72) \simeq 0,025$ ومنه $g(-0,72) \times g(-0,71) < 0$			(2)													
1	0.25+0.25	(أ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ مقارب لـ (C_f)			(1 II)													
	0.25+0.25	(ب) $f(x) = x \left[\left(2 + \frac{3}{x} \right) \ln(x+1) - 3 \right]$ ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$																
2	0.75	(أ) من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$			(2)													
	0.25	(ب) f متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$																
	0.25	ومتزايدة تماما على كل من المجالين $]-1; \alpha]$ و $[0; +\infty[$																
	0.75	(ج) جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>$\emptyset$</td><td>-</td><td>$\emptyset$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>				x	-1	α	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$
x	-1	α	0	$+\infty$														
$f'(x)$	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$														
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0	$+\infty$														

1	0.75	(أ) الرسم:	(3)
	0.25	ب) المعادلة $f(x) = m$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط من أجل $0 < m < f(\alpha)$	
1.75	1	أ) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	(4)
	0.25+0.25	ب) $\mathcal{A} = [F(0) - F(\alpha)] = [2\alpha^2 + 2\alpha - (\alpha^2 + 3\alpha + 2)\ln(\alpha + 1)]u.a$	
	0.25	ج) لدينا: $\ln(\alpha + 1) = \frac{\alpha}{2(\alpha + 1)}$ ومنه: $\mathcal{A} = (6\alpha^2 + 4\alpha)cm^2$	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)											
مجموع	مجزأة												
التمرين الأول (04 نقاط)													
2	0.5 + 0.25	$P(A)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{2}{11}$ (أ)	1										
	0.5 + 0.25	$P(B)=\frac{C_3^2 \times C_8^1}{C_{11}^2}=\frac{24}{55}$											
	2 × 0.25	$P(C)=1-\frac{C_8^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ أو $P(C)=\frac{C_3^1 \times C_8^1 + C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ (ب)											
2	0.5	(أ) تبرير عناصر المجموعة {0;1;2;4}	2										
	4 × 0.25	(ب) قانون الاحتمال <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{27}{55}$</td><td>$\frac{3}{55}$</td><td>$\frac{15}{55}$</td><td>$\frac{10}{55}$</td></tr></table>		x_i	0	1	2	4	$P(X=x_i)$	$\frac{27}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{10}{55}$
	x_i	0		1	2	4							
	$P(X=x_i)$	$\frac{27}{55}$		$\frac{3}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{10}{55}$							
0.25	$E(X)=\frac{73}{55}$												
0.25	$P(e^{X+6} < 2023) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{6}{11}$ (ج)												
التمرين الثاني (04 نقاط)													
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو ب) لأنّ $h(0)=1446$ و $h(x)=ke^x+2$	1										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو ج) لأنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [-x + \ln x - \ln(x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + \ln \frac{x}{x+1}\right)$	2										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو أ) لأنّ $I = \int_0^{\ln 2} (e^{-x} + 1) dx = \left[-e^{-x} + x\right]_0^{\ln 2}$	3										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو ب) لأنّ $2n+1$ و $3n+1$ أوليان فيما بينهما $PGCD(2n^2+n ; 3n^2+n) = n \times PGCD(2n+1 ; 3n+1)$ و	4										
التمرين الثالث (05 نقاط)													
1	0.25	البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية	1										
	0.75	إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)											
0.5	0.25	من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(2-3u_n)u_n}{3u_n+1}$ ومنه $u_{n+1} - u_n < 0$	2										
	0.25	نستنتج أنّ (u_n) متناقصة تماما											

2.5	0.75 0.25	$v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ ، $\mathbb{N}$ من n كل $v_0 = 1$	3								
	2×0.25 2×0.25	ب) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n = v_0 \times q^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ $u_n = \frac{2}{3-v_n} = \frac{2}{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$									
	0.5	ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{2}{3}$									
1	0.75 0.25	$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = S_n = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ $T_n = 3(n+1) - S_n = 3n + 3 - \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right] = 3n + \frac{1}{2} \left[3 + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$	4								
التمرين الرابع (07 نقاط)											
0.5	2×0.25	g مستمرة و متزايدة تماما على $[0,7 ; 0,8]$ و $g(0,7) \times g(0,8) < 0$ و ($g(0,8) \approx 0,34$ و $g(0,7) \approx -0,19$)	1 (I)								
0.75	0.75	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>$\emptyset$</td><td>$+$</td></tr></table> إشارة $g(x)$	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$	2
x	$-\infty$	α	$+\infty$								
$g(x)$	$-$	$\emptyset$	$+$								
1.5	2×0.25	أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	1 (II)								
	0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x + 4)] = 0$									
	3×0.25	ج) على $\left] -\infty ; \frac{3}{2} \right[$: أسفل (C_f) و على $\left] \frac{3}{2} ; +\infty \right[$: أعلى (C_f) (Δ) $A\left(\frac{3}{2} ; \frac{5}{2}\right)$ في النقطة (Δ) يقطع (C_f)									

1.5	0.75	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$	2										
	2 × 0.25 0.25	(ب) f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ جدول التغيرات <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>ϕ</td><td>$+$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>		x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	ϕ	$+$	$f(x)$	$+\infty$
x	$-\infty$	α	$+\infty$										
$f'(x)$	$-$	ϕ	$+$										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$										
1.75	2 × 0.25	(أ) حلّ المعادلة $f'(x) = -1$ ومعادلة $(T): y = -x + 4 - 2\sqrt{e}$	3										
	0.25 0.25 0.50	(ب) الرسم: رسم (Δ) رسم (T) رسم (C_f) 											
	0.25	(ج) للمعادلة $f(x) = -x + m$ حلان بالضبط من أجل $4 - 2\sqrt{e} < m < 4$											
1	0.5	(أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $F'(x) = (-2x + 3)e^x$	4										
	2 × 0.25	(ب) $\int_{-1}^0 [(-x + 4) - f(x)] dx = [F(x)]_{-1}^0 = \frac{5e - 7}{e} u.a$											

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط