

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان بكالوريا دورة: 2014

المدة: 04 ساعات ونصف

الشعبة: تقني رياضي

اختبار مادة: الرياضيات

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأ		
05.5		التمرين الأول: (05.5 نقطة)	
		(1) حل المعادلة:	
	4x0.25	 $z_3 = i$ و $z_2 = \sqrt{3} - i$ و $z_1 = \sqrt{3} + i$ ، $\Delta = (2i)^2$	
	01	 $\frac{z_1}{z_2} = e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ (أ (2	
	0.5	ب) $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n = e^{i\left(\frac{n\pi}{3}\right)}$ ؛ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيلي صرف معناه $2n = 3 + 6k$ ليس لها حل في $\mathbb{N}$	
	0.25	لأن $2n$ زوجي و $3 + 6k$ فردي ومنه لا يوجد أي عدد طبيعي يحقق المطلوب....	
	0.5	 (3) (أ $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} = -\frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$	
	0.5	 $z' - z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}(z - z_1)$ (أو $z' = -\frac{\sqrt{3}}{2}iz + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i$) النسبة $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، الزاوية $-\frac{\pi}{2}$	
	0.5	ب) المثلث ABC قائم في A ، مع قبول أي تبرير صحيح.....	
	0.75	 (4) (أ (E) هي الدائرة التي مركزها $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$ ونصف قطرها $r = \frac{\sqrt{7}}{2}$	
0.5	ب) (E') هي محور القطعة $[AC]$ (أو معادلة (E') : $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$).....		
04.5		التمرين الثاني: (04.5 نقط)	
	0.5	(1) (أ بطل الجملة نجد $t = -1$ و $t' = -1$ إذن $B(1; 0; 2)$	
	0.5	ب) $(P): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t - t' \\ z = 2 - t + 2t' \end{cases} ; (t; t') \in \mathbb{R}^2$	
	0.5	(2) (أ $A(6; 4; 4)$ لا تنتمي إلى المستوي (P) ، لأن الجملة $\begin{cases} 6 = 1 + 2t \\ 4 = -2t - t' \\ 4 = 2 - t + 2t' \end{cases}$ ليس لها حل.	
		ب) $B \in (P)$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0$ ، حيث $\vec{u}_1$ و $\vec{u}_2$ شعاعا توجيه (Δ_1) و (Δ_2)	
	0.5	إذن B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)	
	0.5	(3) (أ $(Q): 5x + y - 7z - 6 = 0$	
0.5	ب) $C(3; -2; 1)$ و $D(1; 1; 0)$		

	01	(4 أ) $V(ABCD) = \frac{15}{2} uv$ ، قائم في B ، BCD (ب) $S(ACD) = \frac{3 \times \frac{15}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{2} ua$ ومنه $S(ACD) = \frac{3 \times V(ABCD)}{d(B, (Q))}$ التمرين الثالث: (04 نقط) (I -1) $f(x) - x \geq 0$ في $[1; 2]$ و $f(x) - x < 0$ في $]2; +\infty[$ (2 أ) $f'(x) = \frac{x-2}{x-1}$ ، f متزايدة تماما على $[2; +\infty[$ و متناقصة تماما على $[1; 2]$ (ب) f متزايدة تماما على $[2; e+1]$ ، $2 \leq x \leq e+1$ ، ومنه $2 = f(2) \leq f(x) \leq f(e+1) = e$ (II 1) $u_0 \in [2; e+1]$ محقق. نفرض $u_n \in [2; e+1]$ ومنه ، حسب (2 ب) ، $u_{n+1} = f(u_n) \in [2; e+1]$ ، إذن (2) $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n$ وبما أن $u_n \in [2; e+1]$ فإن $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ومنه (u_n) متناقصة (3) (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل (بالعدد 2) فهي متقاربة بفرض $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ فإن $l = f(l)$ لأن f مستمرة ومنه $l = 2$ التمرين الرابع: (06 نقط) (I 1) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ $g'(x) = 2 + \ln x$ إشارة $g'(x)$: $\frac{0}{-} - e^{-2} + \frac{3}{+}$ $g(3) = 3 + 3\ln 3$ و $g(e^{-2}) = -e^{-2}$ ، جدول التغيرات (2 أ) $2 \notin]0; e^{-2}]$ ومنه المعادلة $g(x) = 2$ لا تقبل حلا في $]0; e^{-2}]$ g مستمرة و متزايدة تماما على $[e^{-2}; 3]$ و $2 \in [-e^{-2}; 3 + 3\ln 3]$ ، إذن للمعادلة حل وحيد في المجال $[e^{-2}; 3]$ و $g(1,45) \simeq 1,99$; $g(1,46) \simeq 2,01$ ومنه $1,45 < \alpha < 1,46$ (ب) إشارة $g(x) - 2$: $\frac{0}{-} - \alpha + \frac{3}{+}$ (II 1) f لا تقبل الاشتقاق عند 2 ، لأن (C_f) لا يقبل مماسا في النقطة ذات الفاصلة 2 (2) العدد المشتق من اليمين هو $\ln 2$ والعدد المشتق من اليسار هو $-\ln 2$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ من أجل $x \in]0; 2[$ ، $f'(x) = -\frac{g(x)-2}{x}$ ، من أجل $x \in]2; 3[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)-2}{x}$ إشارة $f'(x)$: $\frac{0}{+} + \alpha - 2 + \frac{3}{+}$ جدول التغيرات ، $f(3) = \ln 3$ ، $f(2) = 0$ ، $f(\alpha) = (2 - \alpha) \ln \alpha$
04	0.5	
	06	

0.25	 (III) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} h(x) = -\infty$ و منه $x = \frac{\pi}{2}$ معادلة مستقيم مقارب (Δ)
0.25	 $h(x) = f(\cos x)$ (2)
0.25	 h مركب الدالة $x \mapsto \cos x$ متبوعة بالدالة $x \mapsto f(x)$
	الدالة "cos" متناقصة تماما على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ و f متزيدة تماما على $]0; 1]$ ومنه h متناقصة تماما
0.25	 على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
0.25	 $h(0) = 0$ و $h'(0) = 0$ وجدول التغيرات
0.5	 رسم (Δ) و (C_h)

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)									
مجموع	مجزأة											
04.5		التمرين الأول: (04.5 نقط)										
	0.75	1 (أ) (γ) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2. إنشاء (γ)										
	0.75	ب) (γ') نصف مستقيم مبدؤه A ومعامل توجيهه $tg(\frac{3\pi}{4}) = -1$. إنشاء (γ')										
	0.5	ج) إحداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ') هي : $(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2})$										
	0.5	2 (أ) $\frac{z_1 - z_0}{z_0} = i\sqrt{2}$										
	0.5	ومنه $\frac{z_0 - z_1}{z_0} = -i\sqrt{2}$ مثلث قائم في A										
	0.25	ب) $z_2 = 1 + \sqrt{2} - i(1 + \sqrt{2})$										
	0.5	ج) $\begin{cases} \alpha + (1 + \sqrt{2})\beta = 0 \\ \alpha + \beta = \sqrt{2} \end{cases}$ ومنه $(\alpha;\beta) = (1 + \sqrt{2};-1)$										
	0.5	د) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ، (E) هي المستقيم المار من O و $\overrightarrow{AC}$ شعاع ناظمي له.....										
	0.25	(تبرير آخر: معادلة (E) هي $y = -x$) إنشاء (E)										
04.5		التمرين الثاني: (4.5 نقطة)										
	01	1 (أ) $\widehat{BAC} = 34^\circ$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18$										
	0.5	ب) $\widehat{BAC} \neq 0$ و $\widehat{BAC} \neq \pi$ ومنه A, B, C تعين مستويا.....										
	0.5	2 (أ) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$										
	0.5	ب) $(ABC): 2x - y + 2z - 3 = 0$										
	01	3 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$ ، $\Omega(2;-3;1)$ ، $R = 3$										
	0.25	4 $(P): 2x - y + 2z + d = 0$										
	0.5	ومنه $d = 0$ ، $d = -18$ ، $ 9 + d = 9$										
	0.25	$(P_1): 2x - y + 2z = 0$ و $(P_2): 2x - y + 2z - 18 = 0$										
	05		التمرين الثالث: (05 نقط)									
01		1 (أ) بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n :										
		<table><tr><td>قيم n</td><td>$4k$</td><td>$4k+1$</td><td>$4k+2$</td><td>$4k+3$</td></tr><tr><td>الباقى</td><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr></table>	قيم n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	الباقى	1	5	9	13
قيم n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$								
الباقى	1	5	9	13								
0.5	2 (أ) من أجل $p = 4k + 2$ ، $(k \in \mathbb{N})$ ، $5^p \equiv 9[16]$ ومنه يوجد $n \in \mathbb{N}$ يحقق $5^p = 9 + 16n$ أي $C_n = D_p$											
0.5	ب) من أجل $p = 6$ ، $n = 976$											

		(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $f'(x) = 4 \ln 5 \times 5^{4x+2} > 0$ ، f متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$
0.75		 جدول التغيرات
0.5		 استنتاج أن $f(x) > 0$
		(4) أ) $\frac{5^{(4 \times 0 + 2)} - 9}{16} = 1 = u_0$. نفرض $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$ ومن $u_{n+1} = 5^4(u_n + \frac{9}{16}) - \frac{9}{16}$ نجد $u_{n+1} = \frac{5^{4n+6} - 9}{16}$
0.75		 ومنه لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$
0.5		 (ب) $5^{(4n+2)} \equiv 9[16]$ ومنه $5^{(4n+2)} - 9 \equiv 0[16]$ أي $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16} \in \mathbb{N}$
0.5		(5) $f(n) = \frac{1}{16} u_n$ و $\frac{1}{16} > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماماً لأن f متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$
		التمرين الرابع: (06 نقطة)
0.5		(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
0.75		(2) $f'(x) = xe^x$ ، f متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]-\infty; 0]$
0.25		 جدول التغيرات
0.25		(3) أ) $1 \notin [-1; 0[$ ومنه المعادلة لا تقبل حلاً على $]-\infty; 0]$
		f مستمرة ومتزايدة تماماً على $[0; +\infty[$ و $1 \in [-1; +\infty[$ إذن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلاً
0.25		 وحيداً في $\mathbb{R}$
0.5		 $f(1,27) \approx 0.96$; $f(1,28) \approx 1.01$ لأن $f(1,27) < 1 < f(1,28)$
0.75		(ب) $(T): y = ex - e$ ، (C_f) أعلى (T) لأن $f(x) - y = (x-1)(e^x - e) \geq 0$...
0.75		 (ج) رسم (T) و (C_f)
0.25		(4) $f(x) = f(m) - 1$ تعني $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$
0.25		 $f(x) = f(m) - 1$ تقبل حلاً واحداً إذا كان $f(m) - 1 = -1$ أو $f(m) - 1 \geq 0$
0.25		 أي $m = 1$ أو $m \geq \alpha$ (f متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$ و $\alpha > 0$)
0.25		(5) أ) h دالة زوجية لأنها معرفة على $\mathbb{R}$ و $h(-x) = h(x)$
		(ب) إذا كان $x \leq 0$ فإن $h(x) = -f(x)$ ومنه (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور
0.25		 الفواصل على المجال $]-\infty; 0]$ [ثم نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور الترتيب
0.25		 رسم (C_h)
0.5		(6) $g'(x) = (ax + a + b)e^x$ ، بالمطابقة نجد ، $a = 1$ ، $b = -2$