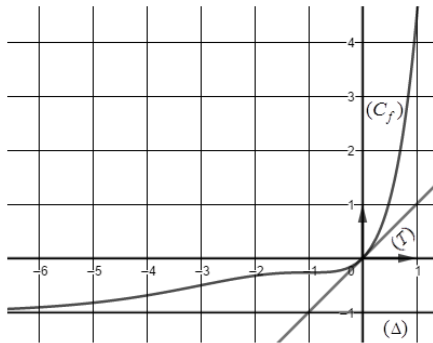




على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:



الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، مماس (T) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبين في الشكل المقابل.

(1) بقراءة بيانية: عيّن $f'(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وأعط معادلة للمماس (T)

(2) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

(3) بيّن أنّ $a = 1$ و $b = -1$ إذا علمت أن $f(x) = (x^2 + a)e^x + b$

(4) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 + 1)e^{|x|} - 1$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

بيّن أنّ الدالة g زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) وأنشئ (C_g)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية :

(1) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 - x + \ln x}{x}$

هي معادلة للمستقيم المقارب المائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

(2) نعتبر المعادلة $\ln(2x-1) + \ln(2x+1) = \ln 3 \dots (E)$ ذات المجهول الحقيقي x :

للمعادلة (E) حلان متمايزان في $\mathbb{R}$

(3) F و f الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$ و $F(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$

F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

(4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n = \frac{n+1}{n}$

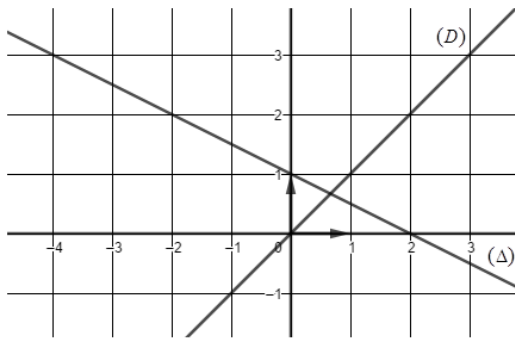
قيمة المجموع: $\ln u_1 + \ln u_2 + \dots + \ln u_{2022}$ هي $\ln 2022$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (D) و (Δ) المستقيمان المعرفان كما يلي :

$(D): y = x$ و $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x + 1$

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -4$ و $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1$



(1) أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور

الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط التمثيل.

(2) أ- هل المتتالية (u_n) رتيبة ؟ برّر إجابتك .

ب- ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n)

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(u_n - \frac{2}{3}\right)^2$

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ثم احسب v_0

ب- عبّر عن v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ واستنتج أنّ (u_n) متقاربة.

(4) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_0 \times v_1 \times \dots \times v_{n-1} = \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x^2} + \ln x$

(1) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

(2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 2 - \ln x\right)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب- فسّر النتيجة السابقتين بيانيا.

(2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ : $f(0,65) \approx 0$ و $f(\alpha) \approx -0,4$)

(4) F الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = e^{-x}(2 + \ln x)$

أ- تحقّق أنّ الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

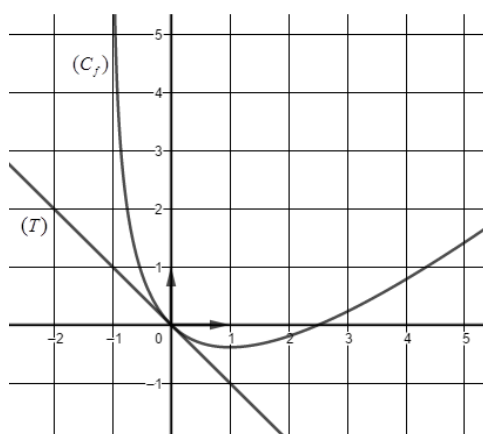
ب- نضع $S(\lambda) = \int_{\lambda}^{1/2} f(x) dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق: $0 < \lambda < \frac{1}{2}$

احسب $S(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = ax - 2\ln(x+1)$ حيث a عدد حقيقي. (C_f) تمثيلها



البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

كما هو مبين في الشكل المقابل .

(1) بقراءة بيانية، عيّن $f'(0)$ وأعط معادلة للمماس (T)

(2) بين أن $a = 1$

(3) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة

حلول المعادلة: $f(x) + x - m = 0$

(4) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $g(x) = |x+1| - 1 - 2\ln|x+1|$ و (C_g) تمثيلها البياني.

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 ، $g(-2-x) = g(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$ ، $g(x) = f(x)$ ،

ج- أنشئ (C_g) في المعلم السابق.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) قيمة العدد الحقيقي I حيث $I = \int_1^2 (x-1)e^{x^2-2x} dx$ هي:

(أ) $1 - \frac{1}{e}$ (ب) $\frac{e-1}{2e}$ (ج) $\frac{e+1}{2e}$

(2) (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 3$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 3$ ، $v_n = u_n + \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي.

قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية هي:

(أ) $-\frac{9}{2}$ (ب) $\frac{9}{2}$ (ج) $\frac{2}{9}$

(3) f دالة عددية تُحقق، من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $\ln(x+1) \leq f(x) \leq e^x - 1$

هي: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$

(أ) $+\infty$ (ب) -1 (ج) 1

(4) نعتبر المعادلة التفاضلية (E): $y'' = 2 - \frac{1}{x^2}$ (E)

عبارة الحل H للمعادلة (E) على $]0; +\infty[$ والذي يُحقق $H(1) = 4$ و $H'(1) = 2$ هي:

(أ) $H(x) = x^2 - x + 4 + \ln x$ (ب) $H(x) = x^2 - x + 1 + \ln x$ (ج) $H(x) = x^2 - x + 4 - \ln x$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 \times u_2 = e^2 \\ \ln u_1 + \ln u_7 = -4 \end{cases} \quad (u_n) \text{ المتتالية الهندسية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ وحدودها موجبة تماما حيث:}$$

(1) أ- عيّن u_1 والأساس q للمتتالية (u_n)

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = e^{2-n}$

(2) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ: $v_0 = e^3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = v_n + u_n$

أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$

ب- بين أن (v_n) متقاربة.

(4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $\frac{1}{e}v_n = \frac{1}{1-e}(u_n - e^3)$

ب- نعتبر المجموع S'_n حيث: $S'_n = \frac{1}{e}v_0 + \frac{1}{e}v_1 + \dots + \frac{1}{e}v_n$

تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S'_n = \frac{1}{1-e}[S_n - (n+1)e^3]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x} - \frac{9}{2}e^{-x} - 2x + 4$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ- أثبت أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}(e^x - 2)(4e^x - 1)$

ب- بيّن أنّ f متناقصة تماما على كلّ من المجالين $[-\infty; -\ln 4]$ و $[\ln 2; +\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-\ln 4; \ln 2]$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -2x + 4$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(4) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(5) أنشئ (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1,9; +\infty[$ (نأخذ $f(-1,9) \simeq 0$ و $f(-\ln 4) \simeq -3,2$)

(6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{9}{2}e^{-x} + 2x - 2$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث، من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $h(x) = a f(x) + b$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) اعتمادًا على (C_f) (لا يطلب إنشاء (C_h))